

Progettazione a collasso controllato di controventi eccentrici sismo-resistenti

Controlled collapse design of eccentric earthquake-resistant cross braces

In questo lavoro viene presentato un metodo per la progettazione di controventi eccentrici sismo-resistenti finalizzato al conseguimento di un meccanismo di collasso di tipo globale. Esso si basa sull'assunzione che le sezioni delle membrature orizzontali siano note, in quanto progettate in funzione dei carichi verticali e dei taglianti sismici di progetto, mentre le sezioni delle colonne e delle diagonali costituiscono le incognite di progetto. Il metodo include anche l'influenza degli effetti del secondo ordine mediante le curve di equilibrio dei meccanismi di collasso analizzati. I requisiti di progetto vengono determinati attraverso l'estensione del teorema cinematico del collasso plastico al concetto di curva di equilibrio del meccanismo di collasso. Infatti, le sezioni delle colonne e delle diagonali vengono determinate imponendo che la curva di equilibrio corrispondente al meccanismo di tipo globale giaccia al di sotto di quelle corrispondenti a tutti i meccanismi cinematicamente ammissibili indesiderati entro un campo di spostamenti compatibile con le risorse di duttilità locale. Ciò assicura, secondo il teorema cinematico, che entro il campo di spostamenti prescelto non si possa sviluppare alcun meccanismo cinematico se non quello globale. Secondo tale approccio, risulta preventivamente necessario soffermare l'attenzione sulle problematiche riguardanti l'applicazione del calcolo a rottura in presenza di interazione taglio-momento, con chiaro riferimento al caso dei link intermedi dei controventi eccentrici. In quest'ottica, è stato introdotto un modello a cerniere flessionali, equivalente al link reale, che consente di trattare in maniera unitaria i casi di link corto, intermedio e lungo, nonché di individuare una condizione di progetto che consenta di scongiurare la plasticizzazione delle travi esterne al link e delle diagonali. Infine, l'efficacia della metodologia di progettazione a collasso controllato proposta viene investigata mediante analisi elasto-plastiche. I controventi progettati sono confrontati in termini di prestazioni inelastiche, di meccanismo di collasso e di peso strutturale, con quelli progettati secondo due metodologie alternative: le prescrizioni dell'Eurocodice 8 e la procedura di progettazione proposta da K. Kasai e X. Han.

This paper presents a design methodology geared towards the development of a collapse mechanism of a global type.

The method proposed is based on the assumption that we know the horizontal member sections, as these are designed to resist the internal action of vertical loads and horizontal design forces.

Conversely, the column and diagonal sections constitute the unknown of the design problem.

The approach presented also considers the influence of second order effects, which are taken into account by means of the equilibrium curve mechanism.

The design requirements are determined using the kinetic theorem of plastic collapse.

The column and diagonal sections are obtained by specifying that the equilibrium curve mechanism corresponding to the global mechanism has to be located below the curves corresponding to all the kinetically undesirable mechanisms within a displacement range compatible with the local ductility resources.

On the basis of this approach, it is first necessary to consider the problems relating to shear moment interaction in plastic design, with reference to the intermediate links for eccentrically braced frames. A flexural hinge model equivalent to the real link is introduced.

With this model, it is possible for short, intermediate and long links to be accounted for in the same way.

The requirements necessary to prevent the yielding of the portion of the beam outside the link and the yielding of the bracing element are also taken into consideration.

Finally, the design procedure proposed is validated by pushover analysis.

For this purpose, the structures designed by means of the procedure proposed are compared with those designed using two alternative methods: the provisions of Eurocode 8 and the design procedure proposed by K. Kasai and X. Han.

Dr. ing. Luigi Mastrandrea, dr. ing. Rosario Montuori, prof. dr. ing. Vincenzo Piluso
Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli Studi di Salerno

1. INTRODUZIONE

I controventi eccentrici costituiscono una tipologia strutturale sismo-resistente relativamente recente che solo nell'ultimo ventennio ha trovato un considerevole sviluppo, sia dal punto di vista costruttivo che della ricerca scientifica. Essi si ottengono irrigidendo le maglie dei telai a mezzo di diagonali che suddividono la trave in due o più parti delle quali quella di dimensione minore, denominata *link*, ha il compito di dissipare l'energia sismica in ingresso mediante la formazione di zone plastiche che esibiscono cicli di isteresi a taglio e/o flessione.

Nell'ambito delle tipologie strutturali sismo-resistenti, i controventi eccentrici costituiscono una valida soluzione di compromesso tra i telai con nodi resistenti a flessione e i controventi concentrici. La presenza delle diagonali, infatti, consente di superare l'inconveniente principale dei telai, costituito dalla significativa deformabilità laterale. La loro azione contiene gli spostamenti laterali entro valori accettabili nell'ottica delle verifiche allo stato limite di servizio, similmente a quanto avviene nei controventi concentrici. Allo stesso tempo, i meccanismi di dissipazione dell'energia sismica a taglio e flessione che si sviluppano nei *link* sono caratterizzati da ampiezza e stabilità soddisfacenti [1], similmente a quanto accade nelle sezioni di estremità delle travi nei telai con nodi resistenti a flessione. In definitiva, in termini di duttilità globale i controventi eccentrici possono essere assimilati ai telai, mentre in termini di rigidezza laterale possono essere assimilati ai controventi concentrici.

La risposta del sistema strutturale, sia in termini di rigidezza che di comportamento post-elastico, è governata dal rapporto tra la lunghezza del *link* e quella dell'intera campata L . Al variare del rapporto e/L cambiano le condizioni di rigidezza del controvento, nonché la tipologia del meccanismo di dissipazione che si sviluppa. Infatti, la rigidezza relativa di un controvento eccentrico, definita come il rapporto tra la rigidezza laterale del controvento e quella della stessa maglia intelaiata priva dei controventi, aumenta al decrescere del rapporto e/L [2]. In particolare, i casi limite $e/L = 1$ e $e/L = 0$ corrispondono rispettivamente al caso dei telai non controventati ed al caso dei controventi concentrici.

Inoltre, al crescere della lunghezza del *link*, il suo funzionamento evolve coinvolgendo solo il taglio (*link* corti), l'interazione taglio-momento (*link* intermedi), o solo il momento (*link* lunghi) [1]. La richiesta di duttilità che il *link* è in grado di sopportare è tanto più grande quanto più decresce la sua lunghezza. Ricerche sperimentali hanno infatti dimostrato che le prestazioni, in termini di rigidezza, resistenza e capacità di dissipare energia sono migliori nei *link* corti rispetto a quelli lunghi [2, 3, 4, 5]. L'impiego di *link* lunghi è addirittura sconsigliato nelle tipologie di controvento che prevedono il collegamento del *link* stesso alla colonna; per questa configurazione, infatti, si è sperimentalmente rilevato che la flangia del *link* all'attacco con la colonna tende prematuramente a fratturarsi, a meno che non si abbia particolare cura nella realizzazione del collegamento al fine di sviluppare completamente la deformazione inelastica richiesta dal *link* [6]. Di contro, non è comunque consigliabile realizzare *link* eccessivamente corti poichè la richiesta di deformazione plastica diviene altrimenti eccessiva, anche nel caso di un meccanismo di plasticizzazione per solo taglio. Di conseguenza, il criterio di progetto di un controvento eccentrico è rappresentato dalla massimizzazione della rigidezza della struttura nel rispetto del vincolo che la duttilità richiesta al *link* sia minore di quella che esso può effettivamente sviluppare [1, 2].

Per quanto concerne, poi, le parti non dissipative dei controventi eccentrici, esse devono essere progettate in modo da consentire la piena plasticizzazione delle parti dissipative, ossia dei *link*. Pertanto, il loro dimensionamento deve essere condotto sulla base delle massime sollecitazioni interne che i *link* plasticizzati ed incruditi sono in grado di trasmettere. Ciò garantisce che le parti non dissipative rimangano in campo elastico. Questo criterio si basa sulla strategia generale di progettazione delle strutture sismo-resistenti comunemente denominata *capacity design*.

Figura 1:
Tipologie
di meccanismi
a *link* plasticizzato
(tipo A)

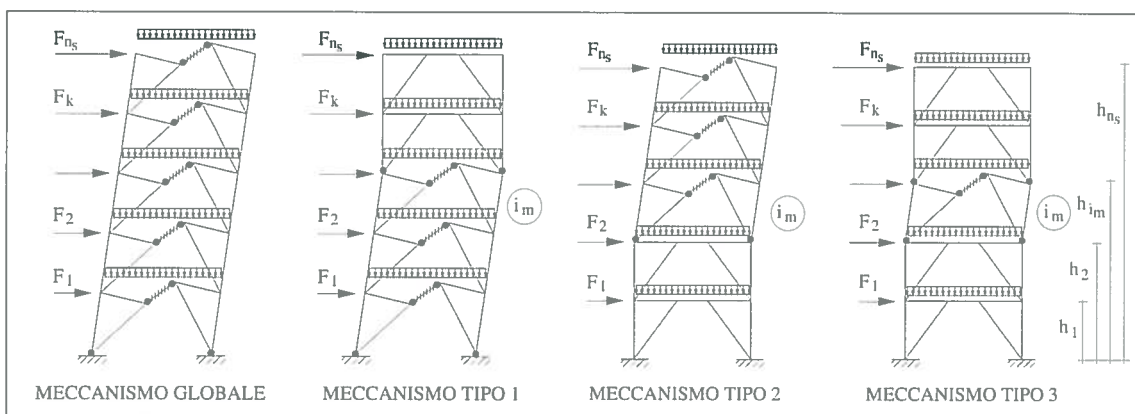
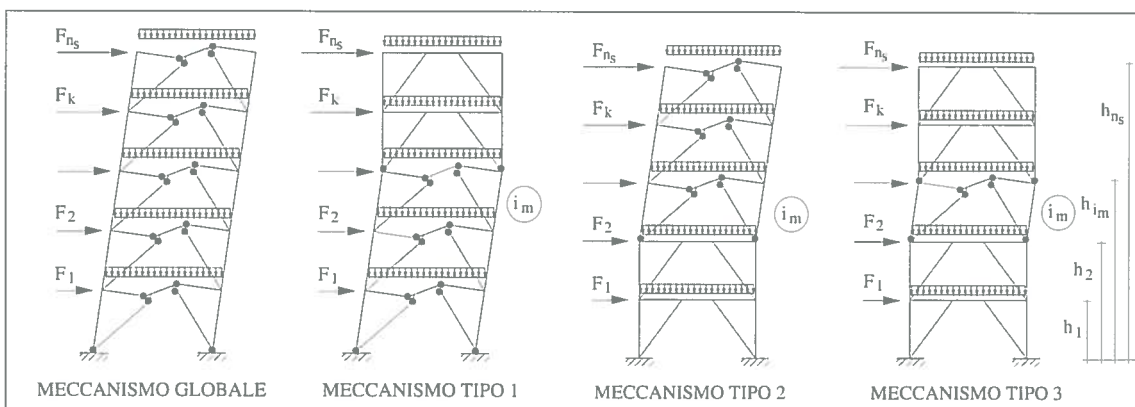


Figura 2:
Tipologie
di meccanismi
a trave
e diagonale
plasticizzate
(tipo B)



L'obiettivo della metodologia di progetto illustrata nel presente lavoro è quello di progettare una struttura con controventi eccentrici in controllo di meccanismo, ossia che sviluppi, al collasso, un meccanismo desiderato prescelto. I meccanismi che possono innescarsi per un controvento eccentrico sono riportati in Figura 1 e Figura 2. In particolare, nella prima sono indicati i meccanismi caratterizzati dalla plasticizzazione del *link* (meccanismi di tipo A); nella seconda sono rappresentati, invece, i meccanismi caratterizzati dalla plasticizzazione, nel nodo di confluenza trave-diagonale, della trave esterna al *link* e della diagonale (meccanismi di tipo B). I meccanismi di tipo B non sono da auspicare, in quanto ad essi è associata una duttilità certamente più bassa rispetto a quella che si può ottenere dalla concentrazione delle deformazioni inelastiche nel *link*, in un elemento cioè che è progettato appositamente per assolvere al compito di zona dissipativa.

Nella realtà, comunque, le tipologie possibili sono molto più numerose, pensando a meccanismi misti caratterizzati dalla plasticizzazione dei *link* ad alcuni livelli e delle travi e diagonali ad altri. Tuttavia, nell'ottica di evitare i meccanismi energeticamente meno efficienti, è possibile escludere i meccanismi misti imponendo che ad ogni piano la plasticizzazione avvenga in corrispondenza del *link* e non delle altre membrature.

Nella metodologia di progettazione proposta nel presente lavoro, si assume che le sezioni dei *link* siano note a priori, in quanto progettate in funzione dei taglianti sismici di piano e dei carichi verticali. Pertanto, le incognite di progetto sono rappresentate dai momenti plastici delle colonne e delle diagonali da dimensionare in modo che sia il meccanismo globale a governare il collasso. A tale scopo, i suddetti momenti plastici delle diagonali e delle colonne vengono definiti in maniera tale che la curva di equilibrio corrispondente al meccanismo globale giaccia al di sotto della curva di equilibrio di tutti gli altri meccanismi cinematicamente ammissibili entro tutto il campo di spostamenti compatibile con le risorse di duttilità locale. Pertanto, nello spirito del teorema cinematico del collasso plastico, si garantisce che l'effettivo meccanismo che si innesca è quello globale. Questo risultato riveste una grande importanza nella progettazione sismica, perché meccanismi di collasso di tipo parziale sono responsabili di un peggioramento della capacità di dissipazione dell'energia sismica e, pertanto, danno luogo ad un maggiore rischio di collasso in occasione di eventi sismici distruttivi.

Per quanto concerne la lunghezza meccanica dei *link*, è chiaro che le differenze intrinseche di comportamento allo stato limite ultimo tra le diverse tipologie dell'elemento introducono delle complicazioni nella formulazione analitica delle suddette condizioni di progetto. Per superare questa difficoltà, risulta allora conveniente modellare il *link* come un elemento a due cerniere flessionali equivalente al *link* reale in termini di lavoro virtuale interno speso. Le condizioni di progetto restano così indipendenti dalla tipologia di *link* esaminata e guadagnano generalità di applicazione.

A monte di questa operazione, comunque, con riferimento al caso dei *link* intermedi, risulta necessario indagare le problematiche assunte dall'interazione taglio-momento nell'ambito del calcolo a rottura. Infatti, la letteratura tecnica non si sofferma in modo esaustivo su questo aspetto, limitandosi a formulare espressioni analitiche per il dominio ultimo di interazione senza, però, fornire indicazioni sulla determinazione esatta degli stati di sollecitazione e deformazione dell'elemento in condizioni di rottura.

Nel prosieguo si farà, in particolare, riferimento alla tipologia di controvento a *split-K*, simmetrica rispetto alla mezzzeria. Questo non va comunque ad inficiare la generalità del metodo, valido per qualsiasi configurazione di controvento eccentrico. L'estensione alle altre tipologie è infatti immediata, a patto di tenere opportunamente conto delle singolarità geometriche di ciascuna di esse.

2. L'INTERAZIONE TAGLIO-MOMENTO NEL CALCOLO A ROTTURA

Sebbene le sollecitazioni di taglio e momento siano sempre accoppiate, nella maggior parte dei casi di interesse tecnico il problema dell'interazione non assume rilevanza nel calcolo a rottura, risultando una delle due sollecitazioni preponderante e dunque dominante ai fini del comportamento ultimo dell'elemento strutturale. I controventi eccentrici costituiscono forse l'unica tipologia strutturale per la quale lo studio particolareggiato del meccanismo di interazione taglio-momento è fondamentale per una corretta interpretazione del comportamento a rottura. In particolare, la suddetta interazione investe il caso dei *link* definiti intermedi, ossia quelli per cui la lunghezza dell'elemento è tale da far insorgere sollecitazioni rilevanti sia di taglio che di momento.

Il parametro che regola il comportamento inelastico del *link* di un controvento eccentrico è la lunghezza e del *link* stesso. Infatti, al crescere della lunghezza del *link* varia la tipologia del meccanismo di dissipazione coinvolgendo solo il taglio (*link* corti), l'interazione taglio-momento (*link* intermedi), o solo il momento (*link* lunghi). In particolare, i *link* vengono usualmente classificati come di seguito indicato:

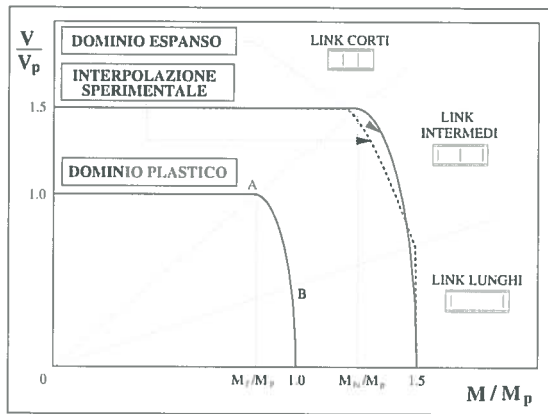
- *link* corti per $e \leq 1.6 M_p/V_p$;
- *link* intermedi per $1.6 M_p/V_p < e \leq 3 M_p/V_p$;
- *link* lunghi per $e > 3 M_p/V_p$.

dove V_p è il taglio plastico ed M_p è il momento plastico della sezione.

Il comportamento plastico del *link*, in funzione della sua lunghezza e , può essere descritto dal dominio plastico di interazione taglio-momento riportato in Figura 3.

Il punto A in Figura 3, di passaggio tra il comportamento a taglio puro e quello invece in cui il taglio stesso è ridotto per la contemporanea presenza del momento flettente (interazione taglio-momento), è individuato dal taglio plastico V_p e dal momento M_p che corrisponde al contributo delle sole flange al momento plastico della sezione.

Figura 3: Dominio plastico di interazione taglio-momento e confronto tra i domini in condizioni ultime



Trascurando l'incremento di resistenza a taglio per i punti a sinistra del punto A, il dominio può analiticamente essere rappresentato dalle relazioni proposte da Neal [7]:

$$\left(\frac{|M| - M_f}{M_p - M_f} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_p} \right)^2 = 1 \quad \text{per } M_f \leq |M| \leq M_p \quad (1)$$

$$V = V_p \quad \text{per } |M| \leq M_f \quad (2)$$

D'altro canto, il comportamento reale del *link* è significativamente influenzato dall'incrudimento. Esso è responsabile di capacità plastiche in eccesso rispetto ai valori di piena plasticizzazione a taglio puro V_p e a flessione pura M_p caratteristici del *link*

stesso. Tale incremento di resistenza è, come ormai sperimentalmente accertato, dell'ordine del 50% [1]. Questo effetto non può essere trascurato nella progettazione di strutture sismo-resistenti basata sulla metodologia del *capacity design*. Infatti, ciò significherebbe sottostimare le sollecitazioni che i *link* sono in grado di trasmettere alle zone non dissipative. In altri termini, se si trascurasse l'incrudimento si potrebbe verificare la plasticizzazione delle membrature non dissipative prima che i *link* stessi abbiano sviluppato la loro resistenza ultima.

Sulla base dei valori di transizione della lunghezza del *link* ($1.6M_p/V_p$ e $3M_p/V_p$), gli studi di Engelhardt e Popov [1] hanno condotto alle seguenti relazioni di origine sperimentale per valutare il taglio ultimo ed il momento ultimo di un *link*:

$$\begin{cases} V_u = 1.5 V_p \\ M_u = 0.75 e V_p \end{cases} \quad \text{per } e \leq 1.6 \frac{M_p}{V_p} \quad (\text{link corto}) \quad (3)$$

$$\begin{cases} M_u = 1.5 M_p \\ V_u = 2 \frac{M_p}{e} \end{cases} \quad \text{per } e \geq 3 \frac{M_p}{V_p} \quad (\text{link lungo}) \quad (4)$$

mentre nel caso di *link* intermedi il calcolo di M_u e V_u viene effettuato mediante interpolazione lineare in funzione dell'effettivo valore di e . È utile osservare che, in realtà, non avrebbe senso definire un valore del momento ultimo per i *link* corti, il cui comportamento è, per definizione, governato dal solo taglio, così come non avrebbe senso definire un valore del taglio ultimo per un *link* lungo che si plasticizza, al contrario, per sola flessione. Pertanto, è chiaro che i valori suddetti sono introdotti in letteratura solo al fine della interpolazione necessaria per il calcolo della resistenza ultima dei *link* intermedi, ma non hanno un chiaro significato fisico.

Un procedimento alternativo per definire un dominio che tenga conto degli effetti dell'incrudimento del materiale consiste in un'espansione omotetica del dominio plastico. Tale espansione può essere ottenuta pensando di amplificare del 50% la tensione di snervamento f_y come suggerito dai risultati sperimentali precedentemente citati, secondo i quali il taglio ultimo e il momento ultimo di un *link*, rispettivamente corto e lungo, sono ottenuti proprio amplificando del 50% i rispettivi valori plastici. Pertanto, viene proposto l'impiego del dominio espanso espresso dalle seguenti relazioni:

$$\left(\frac{|M| - M_{fu}}{M_u - M_{fu}} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_u} \right)^2 = 1 \quad \text{per } M_{fu} \leq |M| \leq M_u \quad (5)$$

$$V = V_u = 1.5 V_p \quad \text{per } |M| \leq M_{fu} \quad (6)$$

dove, ovviamente, $M_{fu} = 1.5 M_f$

È facile verificare che le due tipologie di dominio presentano scarti ridotti (Figura 3). Resta così dimostrato che la proposta di espandere omoteticamente il dominio plastico è effettivamente valida, in quanto vicina all'evidenza sperimentale.

È da notare che la (5) definisce in forma chiusa la superficie del dominio limite, e dunque stabilisce, per *link* intermedi e lunghi, la relazione che intercorre tra il taglio e il momento nel *link* in condizioni ultime. Per poter definire quantitativamente il valore di dette caratteristiche di resistenza è necessario, però, tenere conto di ulteriori condizioni che scaturiscono dall'analisi del meccanismo cinematico sviluppato dal controvento (Figura 4). Da essa si evince che, da un punto di vista geometrico, deve essere rispettata la condizione di compatibilità cinematica:

$$\gamma e = 2 v_p + \phi_p e \quad (7)$$

nella quale v_p rappresenta lo scorrimento plastico delle sezioni di estremità del *link*, dove viene raggiunta la condizione di plasticizzazione, e ϕ_p è la rotazione plastica delle stesse sezioni. Inoltre, la geometria del meccanismo impone il rispetto della condizione:

$$\gamma e = \theta L \quad (8)$$

Le coppie v_p e ϕ_p geometricamente compatibili con il cinematismo illustrato sono infinite. Per individuare le coppie (v_p, ϕ_p) e (V, M) che definiscono univocamente il cinematismo e lo stato di sollecitazione del *link* in condizioni ultime, è necessario portare in conto:

- la condizione di plasticizzazione delle sezioni di estremità del *link* (ove le sollecitazioni sono massime), condizione questa che esprime l'appartenenza del punto (V, M) rappresentativo dello stato di sollecitazione interna alla frontiera del dominio di plasticizzazione espanso (dominio ultimo) espresso dalla (5):

$$F(M, V) = \left(\frac{|M| - M_{fu}}{M_u - M_{fu}} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_u} \right)^2 - 1 = 0 \quad (9)$$

- la legge di normalità del flusso plastico, che afferma che il vettore rappresentativo della deformazione plastica del *link* deve essere ortogonale al dominio espanso nel punto (V, M) rappresentativo dello stato di sollecitazione in condizioni ultime:

$$v_p = \lambda \frac{\partial F}{\partial V} \quad \phi_p = \lambda \frac{\partial F}{\partial M} \quad (10)$$

- la condizione che all'effettivo meccanismo di collasso corrisponda il minimo lavoro interno del *link*:

$$L_{link}(v_p, \phi_p) = 2 V v_p + 2 M \phi_p = \text{minimo} \quad (11)$$

- la condizione di compatibilità cinematica espressa dalle (7)-(8).

Le incognite presenti in tali equazioni sono v_p, ϕ_p, λ, M e V . Pertanto, il problema è costituito da 5 equazioni in 5 incognite e può essere risolto in forma chiusa. In particolare, il modo più conveniente di procedere consiste nello scrivere l'espressione del lavoro interno come funzione di un solo parametro, ad esempio ϕ_p . In questo modo, la condizione di minimo lavoro interno espressa dalla (11) si esplicita nella forma:

$$\frac{dL_i}{d\phi_p} = 0 \quad (12)$$

la quale costituisce un'equazione nella sola incognita ϕ_p , dalla quale è poi possibile ricavare tutte le altre incognite. La risoluzione analitica del sistema fornisce:

$$\phi_p = \left(\frac{4(M_u - M_{fu})M_{fu} / \sqrt{4M_u(M_u - 2M_{fu}) + V_u^2 e^2} + V_u e}{4(M_u - M_{fu})^2 + V_u^2 e^2} \right) V_u L \theta \quad (13)$$

$$v_p = \frac{\theta L - \phi_p e}{2} \quad (14)$$

$$M = \frac{2(M_u - M_{fu})^2 \phi_p}{\sqrt{4(M_u - M_{fu})^2 \phi_p^2 + V_u^2 (\theta L - \phi_p e)^2}} + M_{fu} \quad (15)$$

$$V = \frac{2\phi_p}{\sqrt{4(M_u - M_{fu})^2 \phi_p^2 + V_u^2 (\theta L - \phi_p e)^2}} \frac{\theta L - \phi_p e}{2\phi_p} V_u^2 \quad (16)$$

Le (13)-(16) sono valide esclusivamente per la tipologia di controvento a *split-K* esaminata. Questo però non costituisce una limitazione del metodo. Infatti, le configurazioni alternative possono essere studiate nello stesso spirito, una volta che si siano tenute opportunamente in conto, nella condizione di compatibilità cinematica, le singolarità geometriche di ciascuna di esse. Le formulazioni relative alle altre tipologie di controvento eccentrico (a "D" e a "V") sono riportate in un precedente lavoro [8].

3. MOMENTO EQUIVALENTE

Nell'ambito del calcolo a rottura, e, specificamente, nell'ottica della metodologia di progettazione che si vuole illustrare, particolare importanza riveste il calcolo del lavoro virtuale interno speso dal *link* nelle condizioni di collasso.

Un *link* che si plasticizza a taglio puro ($\phi_p = 0$) è impegnato in tutta la sua lunghezza e il lavoro compiuto dalla azione tagliante si ricava integrando su tutta l'estensione dell'elemento. Ricordando che per effetto delle sole forze sismiche il taglio nel *link* è costante, con riferimento alla Figura 5 (tipo A), il lavoro compiuto da un *link* corto è dato da:

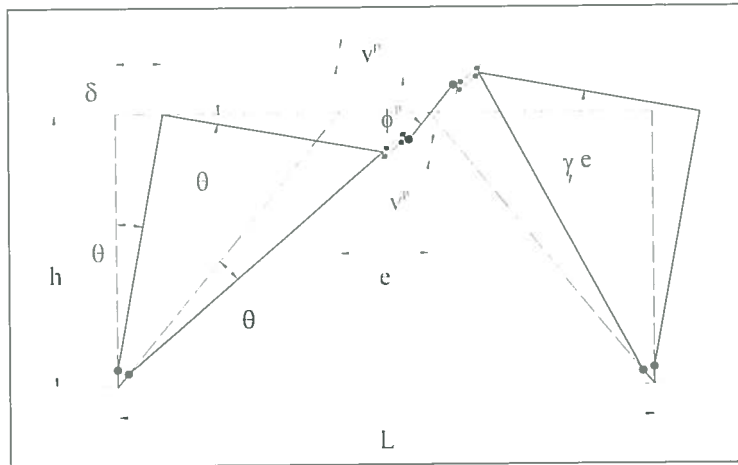


Figura 4: Cinematismo del controvento eccentrico con link intermedio

$$L_{i \text{ link}} = \int_0^e V \gamma dz = V_u \gamma e = V_u \theta \frac{L}{e} e = V_u \theta L \quad (17)$$

dove, al fine di tener conto del fenomeno dell'incrudimento, il lavoro viene calcolato considerando il valore ultimo del taglio.

Nel caso di un *link* che si plasticizza a flessione ($v_p = 0$) la deformazione si concentra alle estremità e il lavoro virtuale interno diventa:

$$L_{i \text{ link}} = 2 M_u \gamma = 2 M_u \theta \frac{L}{e} \quad (18)$$

dove M_u rappresenta il momento ultimo del *link*, ossia il momento plastico amplificato per tener conto dell'incrudimento.

Nei *link* intermedi, il comportamento è caratterizzato dalla contemporanea presenza di taglio e momento; pertanto entrambe le azioni interne compiono lavoro per la rispettiva deformazione plastica. La plasticizzazione è concentrata solo alle estremità, ove sia la sollecitazione tagliante, costante lungo tutto lo sviluppo dell'elemento, sia quella flettente, variabile linearmente, attingono il valore massimo. Le deformazioni plastiche sono espresse dalle (13)-(14), e per esse compiono lavoro le caratteristiche della sollecitazione determinate secondo le (15)-(16), rispettivamente. Pertanto, il lavoro interno di singoli *link* intermedi si scrive come:

$$L_{i \text{ link}} = 2 M \phi_p + 2 V v_p \quad (19)$$

Da quanto detto si evince che il lavoro interno del *link* cambia espressione in funzione della sua lunghezza meccanica. Per superare, almeno da un punto di vista formale, questa difficoltà, si può pensare di modellare il *link* con un elemento che si plasticizza per sola flessione, ma che è caratterizzato da un momento equivalente ottenuto imponendo l'uguaglianza tra il lavoro da esso compiuto ed il lavoro del *link* reale. A partire dalla rotazione plastica γ delle cerniere equivalenti, il momento equivalente viene ottenuto, ad esempio per un *link* intermedio, imponendo la seguente uguaglianza:

$$L_{i \text{ link}} = 2 M_{eq} \gamma \quad \Rightarrow \quad 2 M_{eq} \frac{L}{e} \theta = 2 M \phi_p + 2 V v_p \quad (20)$$

Tenendo conto delle (17) e (18), rispettivamente per un *link* corto e un *link* lungo, e introducendo nella (20) le espressioni del momento M e del taglio V in condizioni ultime dati dalle (15)-(16) per un *link* intermedio, si ottengono le seguenti relazioni per la determinazione del momento equivalente nel caso di controventi a *split-K*:

- per *link* corti: $M_{eq} = \frac{V_u e}{2} \quad (21)$

- per *link* intermedi: $M_{eq} = \frac{e}{2L} \left(\sqrt{4(M_u - M_{fu})^2 \beta^2 + V_u^2 (L - \beta e)^2} + 2 \beta M_{fu} \right) \quad (22)$

- per *link* lunghi: $M_{eq} = M_u \quad (23)$

dove il parametro β è dato da:

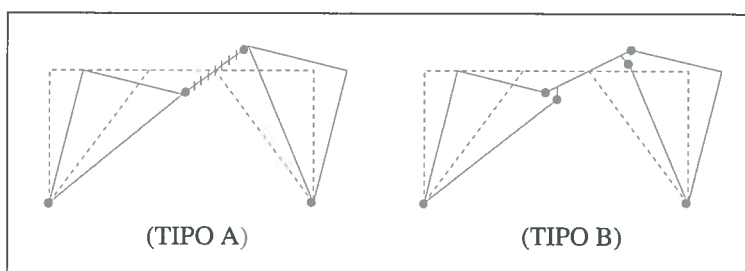
$$\beta = V_u L \left(\frac{4(M_u - M_{fu})M_{fu} / \sqrt{4M_u(M_u - 2M_{fu}) + V_u^2 e^2} + V_u e}{4(M_u - M_{fu})^2 + V_u^2 e^2} \right) \quad (24)$$

Le relazioni relative alle altre tipologie di controvento sono riportate in [8].

4. CONTROLLO DEL MECCANISMO DI COLLASSO PER SCHEMI MONOPIANO

La Figura 5 illustra il meccanismo di collasso per il portale con controvento eccentrico di tipologia *split-K* con *link* plasticizzato (meccanismo tipo A). In realtà, cinematismi vengono attivati anche quando si plasticizzano, in luogo del *link*, la trave esterna al *link* e la diagonale nel loro nodo di confluenza (tipo B). Questi meccanismi (tipo B) sono da evitare, come anticipato, perché ad essi è associata una duttilità, e quindi una capacità di dissipazione dell'energia sismica in ingresso, più bassa rispetto a quella relativa al caso in cui le deformazioni inelastiche sono concentrate nel *link*.

Figura 5:
Tipologie di
meccanismo per
schemi monopiano



È possibile stabilire un criterio che consenta di escludere a priori, in maniera molto semplice, i meccanismi di tipo B. Questo criterio, ricavato per il portale controventato, può poi essere agevolmente esteso al caso di controventi multipiano, per i quali le configurazioni A e B possono alternarsi in qualsiasi modo tra i diversi livelli, dando vita a configurazioni di tipo misto. In accordo con il teorema cinematico del collasso plastico, il criterio di

progetto suddetto viene ricavato imponendo che il moltiplicatore cinematicamente ammissibile delle azioni sismiche corrispondente alla tipologia A di meccanismo sia inferiore a quello corrispondente alla tipologia B.

Ricorrendo al concetto di momento equivalente precedentemente introdotto, il lavoro virtuale interno per il meccanismo tipo A può essere scritto come:

$$L_i = 2 M_c \theta + 2 M_d \theta + 2 M_{eq} \frac{L}{e} \theta \quad (25)$$

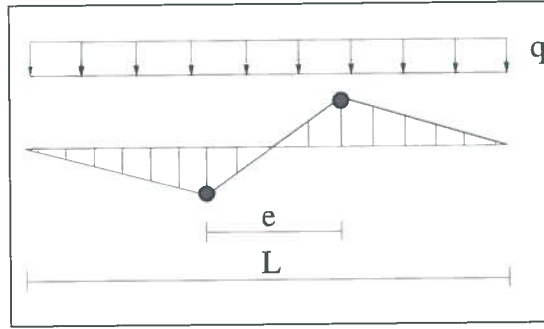


Figura 6:
Diagramma degli
spostamenti
verticali

avendo indicato con M_c ed M_d il momento plastico, ridotto per la presenza dello sforzo normale, rispettivamente delle colonne e delle diagonali.

Il lavoro virtuale esterno è quello che viene speso dai carichi esterni, sia quelli orizzontali che verticali. L'aliquota relativa ai carichi verticali, supposti uniformemente distribuiti, è nulla, data la emisimmetria, per la configurazione a *split-K* esaminata (Figura 6).

Per quanto riguarda il contributo della forza orizzontale, amplificata del moltiplicatore α , risulta:

$$L_e = \alpha F \delta = \alpha F \theta h \quad (26)$$

Pertanto, l'applicazione del principio dei lavori virtuali, con riferimento al meccanismo di collasso di tipo A, fornisce:

$$2 M_c \theta + 2 M_d \theta + 2 M_{eq} \frac{L}{e} \theta = \alpha^{(A)} F h \theta \quad (27)$$

da cui:

$$\alpha^{(A)} = \frac{2M_c + 2M_d + 2M_{eq} \frac{L}{e}}{F h} \quad (28)$$

L'equazione (28) rappresenta il moltiplicatore cinematicamente ammissibile dell'azione sismica corrispondente al meccanismo di collasso considerato.

Lo stesso procedimento può essere seguito per la seconda tipologia di meccanismo di collasso (tipo B), al fine di confrontare tra di loro i moltiplicatori ottenuti. Detto M_b il momento di plasticizzazione della trave, ridotto per la presenza dello sforzo normale, risulta:

$$L_i = 2 M_c \theta + 2 M_d \theta + 2 M_d \gamma + 2 M_b \gamma = 2 M_c \theta + 2 M_d \left(1 + \frac{L}{e}\right) \theta + 2 M_b \frac{L}{e} \theta \quad (29)$$

Pertanto, l'applicazione del principio dei lavori virtuali ai meccanismi di collasso tipo B conduce alla seguente espressione del moltiplicatore cinematicamente ammissibile:

$$\alpha^{(B)} = \frac{2M_c + 2M_d \left(1 + \frac{L}{e}\right) + 2M_b \frac{L}{e}}{F h} \quad (30)$$

Dal confronto della (28) con la (30), è immediato stabilire che per evitare la tipologia B di meccanismo, meno efficace in termini dissipativi, è necessario imporre la condizione:

$$\alpha^{(A)} < \alpha^{(B)} \quad (31)$$

che conduce al seguente requisito di progetto:

$$M_{eq} < M_b + M_d \quad (32)$$

Come anticipato, la condizione (32) può essere estesa anche al caso di controventi multipiano, al fine di escludere la plasticizzazione della trave all'esterno del *link*. Infatti, per evitare le tipologie miste, caratterizzate in corrispondenza di uno o più livelli dall'attivazione del meccanismo tipo B, è sufficiente verificare, a valle del dimensionamento degli elementi strutturali, che la condizione sia soddisfatta ad ogni piano del controvento.

Nel seguito, si passa ad esaminare proprio la problematica del controllo del meccanismo di collasso nel caso di controventi eccentrici multipiano finalizzata al conseguimento di un meccanismo di tipo globale. Sebbene la procedura di progettazione proposta sia del tutto generale, per semplicità si fa riferimento al caso più frequente in cui la controventatura sia limitata ad un'unica campata ed alla configurazione a *split-K*.

5. CURVE DI EQUILIBRIO DEI MECCANISMI ANALIZZATI

Simbologia:

- n_s numero di piani;
- n_c numero di colonne per piano ($n_c = 2$);
- n_d numero di diagonali per piano ($n_d = 2$ per configurazione a *split-K*);
- k indice di piano;
- i indice di colonna e di diagonale;

- j indice di campata;
- i_m indice di meccanismo;
- L lunghezza della campata;
- e_k lunghezza del k -esimo *link*;
- $M_{c,ik}$ momento plastico, ridotto per la presenza dello sforzo normale, della i -esima colonna del k -esimo piano;
- $M_{d,ik}$ momento plastico, ridotto per la presenza dello sforzo normale, della i -esima diagonale del k -esimo piano;
- $M_{b,k}$ momento plastico, ridotto per la presenza dello sforzo normale, della trave del k -esimo piano;
- $M_{eq,k}$ momento equivalente del *link* del k -esimo piano;
- q_k carico verticale uniformemente distribuito sulla trave del k -esimo piano;
- $R_{l,k}$ coefficiente legato alla partecipazione del *link* del k -esimo piano al meccanismo di collasso: esso è pari ad L/e_k se il *link* corrispondente è impegnato nel meccanismo, 0 altrimenti;
- $R_{c,ik}$ coefficiente legato alla partecipazione della i -esima colonna del k -esimo piano al meccanismo di collasso: esso è pari ad 1 se la colonna corrispondente è impegnata nel meccanismo, 0 altrimenti;
- $R_{d,ik}$ coefficiente legato alla partecipazione della i -esima diagonale del k -esimo piano al meccanismo di collasso: esso è pari ad 1 se la diagonale corrispondente è impegnata nel meccanismo, 0 altrimenti;
- $D_{v,k}$ coefficiente legato al lavoro esterno dei carichi verticali agenti sulla trave del k -esimo piano (nullo per la configurazione a *split-K*);
- F vettore delle forze orizzontali di progetto:

$$F^T = \{F_1, F_2, \dots, F_k, \dots, F_{n_s}\} \quad (33)$$

dove F_k è la forza orizzontale applicata al k -esimo piano;

- h vettore delle quote di piano:

$$h^T = \{h_1, h_2, \dots, h_k, \dots, h_{n_s}\} \quad (34)$$

dove h_k è la quota del k -esimo piano;

- H_0 somma delle altezze di interpiano dei piani coinvolti nel meccanismo;
- s vettore forma degli spostamenti virtuali orizzontali:

$$s^T = \{s_1, s_2, \dots, s_k, \dots, s_{n_s}\} \quad (35)$$

- V vettore dei carichi verticali totali di piano:

$$V^T = \{V_1, V_2, \dots, V_k, \dots, V_{n_s}\} \quad (36)$$

dove V_k è il carico totale agente sul k -esimo piano:

$$V_k = q_k L \quad (37)$$

- L vettore di ordine n_s , i cui elementi L_k sono costituiti dai momenti equivalenti dei *link* ($L_k = M_{eq,k}$);
- C matrice di ordine $n_c \times n_s$, i cui elementi C_{ik} sono costituiti dai momenti plastici delle colonne ($C_{ik} = M_{c,ik}$);
- B_r matrice di ordine $n_d \times n_s$, i cui elementi B_{rik} sono costituiti dai momenti plastici delle diagonali ($B_{rik} = M_{d,ik}$);
- R_l vettore di ordine n_s dei coefficienti $R_{l,k}$;
- R_c matrice di ordine $n_c \times n_s$ dei coefficienti $R_{c,ik}$;
- R_d matrice di ordine $n_d \times n_s$ dei coefficienti $R_{d,ik}$;
- D_v vettore di ordine n_s dei coefficienti $D_{v,k}$;
- M_{ck} vettore dei momenti plastici delle colonne del k -esimo piano, ridotti per la presenza dello sforzo normale:

$$M_{ck}^T = \{M_{c,1k}, M_{c,2k}, \dots, M_{c,ik}, \dots, M_{c,n_ck}\} \quad (38)$$

- M_{dk} vettore dei momenti plastici delle diagonali del k -esimo piano, ridotti per la presenza dello sforzo normale:

$$M_{dk}^T = \{M_{d,1k}, M_{d,2k}, \dots, M_{d,ik}, \dots, M_{d,n_dk}\} \quad (39)$$

- q vettore di ordine n_s dei carichi verticali uniformemente distribuiti sulle travi.

Facendo riferimento alle tipologie di meccanismo illustrate in Figura 1, è immediato riconoscere che, per una rotazione virtuale $d\theta$ delle colonne e delle diagonali che partecipano al meccanismo, il lavoro virtuale interno può essere espresso come:

$$L_i = \left[\text{tr}(C^T R_c) + \text{tr}(B_r^T R_d) + 2L^T R_l \right] d\theta \quad (40)$$

dove tr indica la traccia della matrice. Il lavoro virtuale esterno, dovuto alle forze orizzontali e ai carichi verticali, può essere espresso come:

$$L_e = (F^T s + q^T D_v) d\theta = F^T s d\theta \quad (41)$$

essendo il vettore \mathbf{D}_v un vettore nullo nel caso esaminato.

Con riferimento ancora ai controventi a K , il moltiplicatore cinematicamente ammissibile relativo al meccanismo considerato è:

$$\alpha = \frac{\text{tr}(\mathbf{C}^T \mathbf{R}_c) + \text{tr}(\mathbf{B}_r^T \mathbf{R}_d) + 2\mathbf{L}^T \mathbf{R}_l}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}} \quad (42)$$

In forma vettoriale compatta il lavoro del secondo ordine dovuto ai carichi verticali può scriversi come [9, 10]:

$$L_v = \mathbf{V}^T \mathbf{s} \frac{\delta}{H_0} d\theta \quad (43)$$

da cui la pendenza della curva di equilibrio del meccanismo risulta:

$$\gamma = \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{s} / H_0}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}} \quad (44)$$

La (42) e la (44) consentono di ricavare la curva di equilibrio del meccanismo nella forma:

$$\alpha_c = \alpha - \gamma \delta \quad (45)$$

Per indicare i parametri della curva di equilibrio del generico meccanismo si userà la seguente simbologia:

- $\alpha^{(g)}$ e $\gamma^{(g)}$ sono, rispettivamente, il moltiplicatore delle forze orizzontali (teoria rigido-plastica), e la pendenza del ramo discendente della curva $\alpha-\delta$, corrispondenti al meccanismo di tipo globale;
- $\alpha^{(i)}$ e $\gamma^{(i)}$ hanno lo stesso significato dei simboli precedenti, ma sono riferiti al meccanismo i_m -esimo ($i_m = 1, 2, \dots, n_s$) della t -esima tipologia ($t = 1, 2, 3$).

Meccanismo globale

Nel caso di meccanismo globale, il vettore forma degli spostamenti orizzontali è dato da $\mathbf{s}^{(g)} = \mathbf{h}$. Inoltre, poiché il meccanismo coinvolge tutti i piani, tutti i *link* risultano plasticizzati, cosicché il vettore \mathbf{R}_l coincide con il vettore unità di ordine n_s ($\mathbf{R}_l = \mathbf{I}$).

Pertanto, il moltiplicatore cinematicamente ammissibile corrispondente al meccanismo globale è fornito dalla relazione:

$$\alpha^{(g)} = \frac{\mathbf{M}_{c1}^T \mathbf{I} + \mathbf{M}_{d1}^T \mathbf{I} + 2\mathbf{L}^T \mathbf{R}_l^{(g)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}^{(g)}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_c} M_{c,i1} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d,i1} + 2L \sum_{k=1}^{n_s} M_{eq,k}}{\sum_{k=1}^{n_s} F_k h_k} \quad (46)$$

in cui si è indicato con \mathbf{I} il vettore unità, indipendentemente dal suo ordine (n_c per l'aliquota relativa alle colonne, n_d per quella relativa alle diagonali).

Poiché tutti i piani partecipano al collasso, risulta $H_0 = h_{n_s}$, e la pendenza $\gamma^{(g)}$ assume il valore:

$$\gamma^{(g)} = \frac{\frac{1}{h_{n_s}} \mathbf{V}^T \mathbf{s}^{(g)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}^{(g)}} = \frac{\frac{1}{h_{n_s}} \sum_{k=1}^{n_s} V_k h_k}{\sum_{k=1}^{n_s} F_k h_k} \quad (47)$$

Meccanismi di tipo 1

Con riferimento all' i_m -esimo meccanismo di tipo 1, il vettore forma degli spostamenti orizzontali può essere scritto come:

$$\mathbf{s}_{i_m}^{(1)} = \{h_1, h_2, h_3, \dots, h_{i_m}, h_{i_m}, h_{i_m}\}^T \quad (48)$$

dove il primo elemento pari ad h_{i_m} corrisponde all' i_m -esima componente.

Il moltiplicatore cinematicamente ammissibile corrispondente all' i_m -esimo meccanismo di tipo 1 è dato dalla:

$$\alpha_{i_m}^{(1)} = \frac{\mathbf{M}_{c1}^T \mathbf{I} + \mathbf{M}_{d1}^T \mathbf{I} + 2\mathbf{L}^T \mathbf{R}_{l_{i_m}}^{(1)} + \mathbf{M}_{c_{i_m+1}}^T \mathbf{I} + \mathbf{M}_{d_{i_m+1}}^T \mathbf{I}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(1)}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_c} M_{c,i1} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d,i1} + 2L \sum_{k=1}^{i_m} M_{eq,k} + \sum_{i=1}^{n_c} M_{c,i(i_m+1)} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d,i(i_m+1)}}{\sum_{k=1}^{i_m} F_k h_k + h_{i_m} \sum_{k=i_m+1}^{n_s} F_k} \quad (49)$$

dove $\mathbf{R}_{l_{i_m}}^{(1)}$ è il valore di \mathbf{R}_l per l' i_m -esimo meccanismo del primo tipo.

Inoltre, poiché solo i primi i_m piani partecipano al meccanismo di collasso, si ha $H_0 = h_{i_m}$; pertanto, la pendenza della curva di equilibrio si scrive come:

$$\gamma_{i_m}^{(1)} = \frac{1}{h_{i_m}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(1)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(1)}} = \frac{1}{h_{i_m}} \frac{\left(\sum_{k=1}^{i_m} V_k h_k + h_{i_m} \sum_{k=i_m+1}^{n_s} V_k \right)}{\sum_{k=1}^{i_m} F_k h_k + h_{i_m} \sum_{k=i_m+1}^{n_s} F_k} \quad (50)$$

Meccanismi di tipo 2

Con riferimento all' i_m -esimo meccanismo di tipo 2, il vettore forma degli spostamenti orizzontali può essere scritto come:

$$\mathbf{s}_{i_m}^{(2)} = \{0, 0, \dots, 0, h_{i_m} - h_{i_m-1}, h_{i_m+1} - h_{i_m-1}, \dots, h_{n_s} - h_{i_m-1}\}^T \quad (51)$$

dove il primo elemento non nullo è quello di ordine i_m .

Pertanto, il moltiplicatore cinematicamente ammissibile corrispondente all' i_m -esimo meccanismo di tipo 2 è dato da:

$$\alpha_{i_m}^{(2)} = \frac{\mathbf{M}_{c i_m}^T \mathbf{I} + \mathbf{M}_{d i_m}^T \mathbf{I} + 2\mathbf{L}^T \mathbf{R}_{i_m}^{(2)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(2)}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_c} M_{c, i i_m} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d, i i_m} + 2L \sum_{k=i_m}^{n_s} \frac{M_{eq, k}}{e_k}}{\sum_{k=i_m}^{n_s} F_k (h_k - h_{i_m-1})} \quad (52)$$

essendo $\mathbf{R}_{i_m}^{(2)}$ il valore di \mathbf{R}_l per l' i_m -esimo meccanismo del secondo tipo.

Per quanto riguarda la pendenza della curva di equilibrio del meccanismo risulta:

$$\gamma_{i_m}^{(2)} = \frac{1}{h_{n_s} - h_{i_m-1}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(2)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(2)}} = \frac{1}{h_{n_s} - h_{i_m-1}} \frac{\sum_{k=i_m}^{n_s} V_k (h_k - h_{i_m-1})}{\sum_{k=i_m}^{n_s} F_k (h_k - h_{i_m-1})} \quad (53)$$

essendo $H_0 = h_{n_s} - h_{i_m-1}$.

Meccanismi di tipo 3

Infine, con riferimento all' i_m -esimo meccanismo di tipo 3, anche detto meccanismo di piano, il vettore forma degli spostamenti orizzontali può essere scritto come:

$$\mathbf{s}_{i_m}^{(3)} = \{0, 0, \dots, 0, 1, 1, 1, \dots, 1\}^T (h_{i_m} - h_{i_m-1}) \quad (54)$$

dove il primo elemento non nullo è quello di ordine i_m .

Il moltiplicatore cinematicamente ammissibile corrispondente risulta pari a:

$$\alpha_{i_m}^{(3)} = \frac{\mathbf{M}_{c i_m}^T \mathbf{I} + \mathbf{M}_{d i_m}^T \mathbf{I} + 2\mathbf{L}^T \mathbf{R}_{i_m}^{(3)} + \mathbf{M}_{c i_m+1}^T \mathbf{I} + \mathbf{M}_{d i_m+1}^T \mathbf{I}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(3)}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_c} M_{c, i i_m} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d, i i_m} + 2 \frac{L}{e_{i_m}} M_{eq, i_m} + \sum_{i=1}^{n_c} M_{c, i(i_m+1)} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d, i(i_m+1)}}{(h_{i_m} - h_{i_m-1}) \sum_{k=i_m}^{n_s} F_k} \quad (55)$$

in cui $\mathbf{R}_{i_m}^{(3)}$ è il valore di \mathbf{R}_l per l' i_m -esimo meccanismo di piano.

Inoltre, risultando $H_0 = h_{i_m} - h_{i_m-1}$, la pendenza della curva di equilibrio si specifica nella seguente relazione:

$$\gamma_{i_m}^{(3)} = \frac{1}{h_{i_m} - h_{i_m-1}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(3)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(3)}} = \frac{\sum_{k=i_m}^{n_s} V_k}{(h_{i_m} - h_{i_m-1}) \sum_{k=i_m}^{n_s} F_k} \quad (56)$$

6. CONDIZIONI DI PROGETTO PER IL CONTROLLO DEL MECCANISMO

Il teorema cinematico del collasso plastico suggerisce di dimensionare colonne e diagonali in modo che il moltiplicatore cinematicamente ammissibile delle forze orizzontali corrispondente al meccanismo globale sia il più piccolo tra tutti i possibili moltiplicatori cinematicamente ammissibili. Questa condizione è suffi-

ciente ad assicurare che il meccanismo globale sia proprio quello che si innesca al collasso, almeno nelle ipotesi che il comportamento del materiale strutturale sia di tipo rigido-plastico, ovvero che gli spostamenti orizzontali siano nulli fino al completo sviluppo del meccanismo.

L'ipotesi di comportamento rigido-plastico non è, tuttavia, soddisfacente. Infatti, il legame costitutivo effettivo del materiale è meglio rappresentato da un modello di tipo elasto-plastico. Pertanto, l'attivazione del meccanismo è preceduta da spostamenti orizzontali significativi che non possono essere trascurati. Le condizioni di progetto devono essere determinate imponendo che la curva di equilibrio relativa al meccanismo globale giaccia al di sotto delle curve relative agli altri meccanismi, almeno fino ad un valore δ_u fissato dello spostamento (Figura 7), compatibile con le risorse di duttilità locale. Le condizioni di progetto risultano, così, le seguenti:

$$\alpha^{(g)} - \gamma^{(g)} \delta_u \leq \alpha_{i_m}^{(t)} - \gamma_{i_m}^{(t)} \delta_u \quad i_m = 1, 2, \dots, n_s; \quad t = 1, 2, 3 \quad (57)$$

La possibilità di soddisfare le (57) si giova della circostanza, facilmente dimostrabile, che la pendenza della curva di equilibrio del meccanismo globale è minore rispetto a quelle degli altri meccanismi [9]. Lo spostamento δ_u deve essere compatibile con la capacità di rotazione plastica delle zone dissipative, ed esso assume dunque il significato di spostamento di progetto. Ne consegue, pertanto, che la metodologia di progettazione proposta conduce non solo al controllo del meccanismo di collasso, ma anche al controllo della duttilità locale richiesta.

Per un controvento a n_s piani sono dunque necessarie $3n_s$ condizioni di progetto. A queste vanno poi affiancate le n_s condizioni di controllo che il meccanismo effettivo sia di tipo A (Figura 1), e non di tipo B (Figura 2). Esse, come anticipato, consistono nel soddisfacimento della (32) in corrispondenza di ogni piano della struttura.

Condizioni per evitare i meccanismi di tipo 1

Con riferimento ai meccanismi di tipo 1, le n_s condizioni espresse dalla (57) si scrivono:

$$\begin{aligned} & \frac{M_{c1}^T \mathbf{I} + M_{d1}^T \mathbf{I} + 2L^1 \mathbf{R}_1^{(g)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}^{(g)}} - \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{s}^{(g)} \delta_u}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}^{(g)} h_{n_s}} \leq \\ & \leq \frac{M_{c1}^T \mathbf{I} + M_{d1}^T \mathbf{I} + 2L^1 \mathbf{R}_{i_m}^{(1)} + M_{c_{i_m+1}}^T \mathbf{I} + M_{d_{i_m+1}}^T \mathbf{I}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(1)}} - \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(1)} \delta_u}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(1)} h_{i_m}} \end{aligned} \quad (58)$$

La (58) può essere scritta in forma più compatta introducendo alcuni parametri aventi un chiaro significato fisico. Si pone allora:

$$\mu^{(g)} = 2L^1 \mathbf{R}_1^{(g)} = 2 \sum_{k=1}^{n_s} M_{eq,k} \frac{L}{e_k} \quad (59)$$

$$\nu^{(g)} = \frac{1}{h_{n_s}} \mathbf{V}^T \mathbf{s}^{(g)} = \frac{1}{h_{n_s}} \sum_{k=1}^{n_s} V_k h_k \quad (60)$$

Con riferimento al meccanismo di tipo globale, $\mu^{(g)}$ rappresenta il lavoro interno sviluppato dai *link*, quindi considerati nella loro totalità, mentre $\nu^{(g)}$ rappresenta il lavoro del secondo ordine dei carichi verticali. Entrambi questi parametri costituiscono delle quantità note, essendo note a priori la sezione e la geometria di tutti i *link*, nonché i carichi verticali agenti.

Con riferimento al meccanismo i_m -esimo del primo tipo, invece, è conveniente definire le seguenti funzioni adimensionali:

$$\xi_{i_m} = \frac{2L^1 \mathbf{R}_{i_m}^{(1)}}{2L^1 \mathbf{R}_1^{(g)}} = \frac{2L^1 \mathbf{R}_{i_m}^{(1)}}{\mu^{(g)}} = \frac{2L \sum_{k=1}^{i_m} M_{eq,k} e_k}{2L \sum_{k=1}^{n_s} M_{eq,k} e_k} \quad (61)$$

$$\lambda_{i_m} = \frac{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(1)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}^{(g)}} = \frac{\sum_{k=1}^{i_m} F_k h_k + h_{i_m} \sum_{k=i_m+1}^{n_s} F_k}{\sum_{k=1}^{n_s} F_k h_k} \quad (62)$$

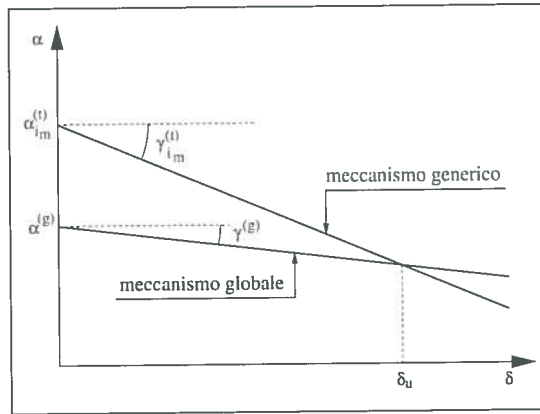


Figura 7: Curve di equilibrio dei meccanismi

La ξ_{i_m} rappresenta il rapporto tra il lavoro interno sviluppato dai *link* nell' i_m -esimo meccanismo di tipo 1 e quello sviluppato dai *link* nel meccanismo globale; la funzione λ_{i_m} rappresenta invece il rapporto tra il lavoro esterno che le forze orizzontali compiono nell' i_m -esimo meccanismo di tipo 1 e quello sviluppato nel meccanismo globale. Anche queste quantità sono note, perché funzioni di quantità note. I momenti equivalenti dei *link* sono, infatti, calcolabili a partire dalle (21)–(23), essendo note tutte le quantità geometriche e meccaniche necessarie, mentre i carichi orizzontali e verticali costituiscono dati di progetto. Per tener conto degli effetti del secondo ordine, infine, è opportuno introdurre la funzione seguente:

$$\Delta_{i_m}^{(1)} = \frac{F^T s^{(g)} \frac{1}{h_{i_m}} V^T s_{i_m}^{(1)}}{F^T s_{i_m}^{(1)} \frac{1}{h_{n_s}} V^T s^{(g)}} = \frac{1}{\lambda_{i_m}} \frac{1}{h_{i_m}} \frac{V^T s_{i_m}^{(1)}}{v^{(g)}} = \frac{1}{h_{i_m}} \frac{1}{\lambda_{i_m}} \frac{\left(\sum_{k=1}^{i_m} V_k h_k + h_{i_m} \sum_{k=i_m+1}^{n_s} V_k \right)}{1 \sum_{k=1}^{n_s} V_k h_k} \quad (63)$$

che rappresenta il rapporto tra la pendenza della curva di equilibrio del meccanismo i_m -esimo di tipo 1 e quella del meccanismo globale.

Grazie all'introduzione delle suddette quantità, le n_s condizioni che bisogna rispettare per evitare meccanismi di collasso di tipo 1 possono essere espresse dalle seguenti relazioni:

$$M_{c1}^T I \left(1 - \frac{1}{\lambda_{i_m}} \right) + M_{d1}^T I \left(1 - \frac{1}{\lambda_{i_m}} \right) + \mu^{(g)} \left(1 - \frac{\xi_{i_m}}{\lambda_{i_m}} \right) + v^{(g)} \delta_u \left(\Delta_{i_m}^{(1)} - 1 \right) \leq \leq \frac{1}{\lambda_{i_m}} \left(M_{c i_m+1}^T I + M_{d i_m+1}^T I \right) \quad (64)$$

da applicare per $i_m = 1, 2, \dots, n_s - 1$.

Infine, risulta conveniente introdurre il parametro:

$$\rho_{i_m} = \frac{M_{c i_m}^T I + M_{d i_m}^T I}{M_{c1}^T I + M_{d1}^T I} = \frac{\sum_{i=1}^{n_c} M_{c, i i_m} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d, i i_m}}{\sum_{i=1}^{n_c} M_{c, i1} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d, i1}} \quad (65)$$

che è il rapporto tra la somma dei momenti plastici delle colonne e delle diagonali, ridotti per la presenza dello sforzo normale, dell' i_m -esimo piano e quella relativa alle colonne e alle diagonali del primo piano. Poiché colonne e diagonali rappresentano le incognite del problema, i parametri ρ_{i_m} possono essere assunti, nella notazione compatta utilizzata, proprio come le incognite di progetto, e dunque tutte le condizioni di progetto possono essere espresse in funzione di essi. In particolare, indicando con $\rho_{i_m}^{(1)}$ i valori dei parametri forniti dalla (65) necessari per evitare l' i_m -esimo meccanismo della tipologia in esame, la (64) si riscrive come:

$$\rho_{i_m+1}^{(1)} \geq \frac{\left(1 - \frac{1}{\lambda_{i_m}} \right) \sum_{i=1}^{n_c} M_{c, i1} + \left(1 - \frac{1}{\lambda_{i_m}} \right) \sum_{i=1}^{n_d} M_{d, i1} + \mu^{(g)} \left(1 - \frac{\xi_{i_m}}{\lambda_{i_m}} \right) + v^{(g)} \delta_u \left(\Delta_{i_m}^{(1)} - 1 \right)}{\frac{1}{\lambda_{i_m}} \left(\sum_{i=1}^{n_c} M_{c, i1} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d, i1} \right)} \quad (66)$$

che risulta valida per $i_m = 1, 2, \dots, n_s - 1$. Non è possibile invece associare al piano 1 il corrispondente valore $\rho_1^{(1)}$ del parametro ρ , poiché $\rho_{i_m}^{(1)}$ è funzione di grandezze relative al livello precedente $i_m - 1$. Pertanto si pone per convenzione $\rho_1^{(1)} = 0$ in quanto ininfluenza, come si chiarirà in seguito, ai fini della procedura di progettazione proposta.

Condizioni per evitare i meccanismi di tipo 2

Le condizioni di progetto da soddisfare per evitare meccanismi di collasso di tipo 2 sono espresse da:

$$\frac{M_{c1}^T I + M_{d1}^T I + 2L^T R_1^{(g)}}{F^T s^{(g)}} - \frac{V^T s^{(g)} \delta_u}{F^T s^{(g)} h_{n_s}} \leq \leq \frac{M_{c i_m}^T I + M_{d i_m}^T I + 2L^T R_{i_m}^{(2)}}{F^T s_{i_m}^{(2)}} - \frac{V^T s_{i_m}^{(2)} \delta_u}{F^T s_{i_m}^{(2)} h_{n_s} - h_{i_m-1}} \quad (67)$$

Le n_s (67) possono essere convenientemente riscritte introducendo una nuova serie di parametri adimensionali:

$$\theta_{i_m} = \frac{2L^T R_{i_m}^{(2)}}{2L^T R_1^{(g)}} = \frac{2L^T R_{i_m}^{(2)}}{\mu^{(g)}} = \frac{2L \sum_{k=i_m}^{n_s} M_{c q, k} e_k}{2L \sum_{k=1}^{n_s} M_{c q, k} e_k} \quad (68)$$

$$\gamma_{i_m} = \frac{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(2)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}^{(g)}} = \frac{\sum_{k=i_m}^{n_s} F_k (h_k - h_{i_m-1})}{\sum_{k=1}^{n_s} F_k h_k} \quad (69)$$

che costituiscono ancora funzioni note dell'indice di meccanismo i_m , in quanto i momenti equivalenti dei *link*, le forze orizzontali e i carichi verticali sono noti.

È da notare, inoltre, che le due funzioni assumono uno specifico significato fisico: θ_{i_m} rappresenta il rapporto tra il lavoro interno speso dai *link* nell' i_m -esimo meccanismo del tipo 2 e la medesima quantità calcolata con riferimento al meccanismo globale. Analogamente γ_{i_m} rappresenta il rapporto tra il lavoro esterno compiuto dalle forze orizzontali nel meccanismo in questione e il lavoro delle stesse forze nel caso di meccanismo globale.

Per quanto riguarda gli effetti del secondo ordine, la loro influenza può essere portata in conto a mezzo della funzione:

$$\Delta_{i_m}^{(2)} = \frac{\mathbf{F}^T \mathbf{s}^{(g)} h_{n_s} - h_{i_m-1}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(2)} h_{n_s}} = \frac{1}{\gamma_{i_m}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(2)}}{\mathbf{V}^T \mathbf{s}^{(g)}} = \frac{1}{\gamma_{i_m}} \frac{h_{n_s} - h_{i_m-1}}{v^{(g)}} = \frac{1}{\gamma_{i_m}} \frac{h_{n_s} - h_{i_m-1}}{h_{n_s}} \frac{\sum_{k=i_m}^{n_s} V_k (h_k - h_{i_m-1})}{\sum_{k=1}^{n_s} V_k h_k} \quad (70)$$

che rappresenta il rapporto tra la pendenza della curva di equilibrio dell' i_m -esimo meccanismo di tipo 2 e la pendenza della curva di equilibrio del meccanismo globale.

Utilizzando le suddette funzioni, le n_s condizioni che è necessario verificare per evitare meccanismi di tipo 2 si scrivono come:

$$\mathbf{M}_{c,i}^T \mathbf{I} + \mathbf{M}_{d,i}^T \mathbf{I} + \mu^{(g)} \left(1 - \frac{\theta_{i_m}}{\gamma_{i_m}} \right) + v^{(g)} \delta_u (\Delta_{i_m}^{(2)} - 1) \leq \frac{1}{\gamma_{i_m}} \mathbf{M}_{c,i_m}^T \mathbf{I} + \frac{1}{\gamma_{i_m}} \mathbf{M}_{d,i_m}^T \mathbf{I} \quad (71)$$

per $i_m = 1, 2, \dots, n_s$.

Indicando con $\rho_{i_m}^{(2)}$ i valori dei parametri forniti dalla (65) necessari per evitare l' i_m -esimo meccanismo del tipo 2, la (71) assume la forma seguente:

$$\rho_{i_m}^{(2)} \geq \frac{\sum_{i=1}^{n_c} M_{c,i} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d,i} + \mu^{(g)} \left(1 - \frac{\theta_{i_m}}{\gamma_{i_m}} \right) + v^{(g)} \delta_u (\Delta_{i_m}^{(2)} - 1)}{\frac{1}{\gamma_{i_m}} \left(\sum_{i=1}^{n_c} M_{c,i} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d,i} \right)} \quad (72)$$

che deve essere applicata per $i_m = 1, 2, \dots, n_s$.

Condizioni per evitare il meccanismo di tipo 3

Le condizioni di progetto da soddisfare per evitare meccanismi di collasso di tipo 3 sono espresse dalla seguente relazione:

$$\frac{\mathbf{M}_{c,i}^T \mathbf{I} + \mathbf{M}_{d,i}^T \mathbf{I} + 2\mathbf{L}^T \mathbf{R}_i^{(g)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}^{(g)}} - \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{s}^{(g)} \delta_u}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}^{(g)} h_{n_s}} \leq \frac{\mathbf{M}_{c,i_m}^T \mathbf{I} + \mathbf{M}_{d,i_m}^T \mathbf{I} + 2\mathbf{L}^T \mathbf{R}_{i_m}^{(3)} + \mathbf{M}_{c,i_m+1}^T \mathbf{I} + \mathbf{M}_{d,i_m+1}^T \mathbf{I}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(3)}} - \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(3)} \delta_u}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(3)} h_{i_m} - h_{i_m-1}} \quad (73)$$

Si introducono, anche in questo caso, delle funzioni dell'indice di meccanismo che consentano di esplicitare la (73) in forma più compatta:

$$\eta_{i_m} = \frac{2\mathbf{L}^T \mathbf{R}_{i_m}^{(3)}}{2\mathbf{L}^T \mathbf{R}_i^{(g)}} = \frac{2\mathbf{L}^T \mathbf{R}_{i_m}^{(3)}}{\mu^{(g)}} = \frac{2L M_{eq,i_m}}{e_{i_m}} = \frac{2L \sum_{k=1}^{n_s} M_{eq,k}}{2L \sum_{k=1}^{n_s} e_k} \quad (74)$$

$$\beta_{i_m} = \frac{\mathbf{F}^T \mathbf{s}_{i_m}^{(3)}}{\mathbf{F}^T \mathbf{s}^{(g)}} = \frac{(h_{i_m} - h_{i_m-1}) \sum_{k=i_m}^{n_s} F_k}{\sum_{k=1}^{n_s} F_k h_k} \quad (75)$$

A tali funzioni è ancora possibile associare un'interpretazione fisica: η_{i_m} rappresenta il rapporto tra il lavoro-

ro interno speso dall' i_m -esimo *link* in corrispondenza dell' i_m -esimo meccanismo di piano e il lavoro interno compiuto da tutti i *link* nel meccanismo globale; β_{i_m} rappresenta invece il rapporto tra il lavoro esterno delle forze orizzontali nell' i_m -esimo meccanismo di piano e il medesimo lavoro relativamente al meccanismo globale. Inoltre si definisce:

$$\Delta_{i_m}^{(3)} = \frac{F^T S^{(g)} h_{i_m} - h_{i_m-1} V^T S_{i_m}^{(3)}}{F^T S_{i_m}^{(3)} h_{n_s} V^T S^{(g)}} = \frac{1}{\beta_{i_m}} \frac{1}{h_{i_m} - h_{i_m-1}} \frac{V^T S_{i_m}^{(3)}}{v^{(g)}} = \frac{1}{\beta_{i_m}} \frac{\sum_{k=i_m}^{n_s} V_k}{\sum_{k=1}^{n_s} V_k h_k} \quad (76)$$

funzione che tiene conto degli effetti del secondo ordine, e che rappresenta il rapporto tra la pendenza della curva di equilibrio del meccanismo relativa all' i_m -esimo meccanismo di piano e la medesima pendenza relativa al meccanismo globale.

A mezzo dei precedenti parametri, la (73) si riscrive come:

$$M_{c,i}^T I + M_{d,i}^T I + \mu^{(g)} \left(1 - \frac{\eta_{i_m}}{\beta_{i_m}} \right) + v^{(g)} \delta_u \left(\Delta_{i_m}^{(3)} - 1 \right) \leq \frac{M_{c,i_m+1}^T I + M_{d,i_m+1}^T I}{\beta_{i_m}} \quad (77)$$

per $i_m = 1, 2, \dots, n_s$. Indicando con $\rho_{i_m}^{(3)}$ i rapporti espressi dalla (65) necessari per evitare meccanismi del terzo tipo, le condizioni da soddisfare per evitare che possano attivarsi meccanismi di piano può essere espressa dalla relazione:

$$\rho_{i_m}^{(3)} \geq \frac{\sum_{i=1}^{n_c} M_{c,i} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d,i} + \mu^{(g)} \left(1 - \frac{\eta_{i_m}}{\beta_{i_m}} \right) + v^{(g)} \delta_u \left(\Delta_{i_m}^{(3)} - 1 \right)}{\frac{1}{\beta_{i_m}} \left(\sum_{i=1}^{n_c} M_{c,i} + \sum_{i=1}^{n_d} M_{d,i} \right)} - \rho_{i_m+1}^{(3)} \quad (78)$$

valida per $i_m = 1, 2, \dots, n_s$. In particolare la (78) deve essere applicata dall'ultimo piano (in tal caso $\rho_{i_m}^{(3)} = 0$) procedendo verso il basso, come si chiarirà meglio in seguito.

7. CALCOLO DEI PARAMETRI ρ

Le equazioni (66), (72) e (78) costituiscono le $3n_s$ condizioni di progetto da soddisfare, al fine di evitare i meccanismi di collasso indesiderati, per un controvento eccentrico ad n_s piani. Esse sono state ricavate direttamente dall'estensione del teorema cinematico del collasso plastico al concetto di curva di equilibrio del meccanismo di collasso. Per ogni piano, e dunque per ogni indice i_m , esistono 3 condizioni che devono essere verificate contemporaneamente al fine di evitare i meccanismi di tipo 1, 2 e 3. Pertanto, fissato l'indice di meccanismo, è necessario individuare il valore del parametro ρ_{i_m} di progetto come il massimo tra i valori relativi ad ogni tipologia di meccanismo:

$$\rho_{i_m} = \max \left\{ \rho_{i_m}^{(1)}, \rho_{i_m}^{(2)}, \rho_{i_m}^{(3)} \right\} \quad i_m = 1, 2, \dots, n_s \quad (79)$$

Il valore di ρ_{i_m} viene calcolato mediante una procedura di tipo iterativo, descritta nel paragrafo 9, a partire da un valore di primo tentativo della sommatoria dei momenti plastici ridotti delle colonne e delle diagonali del primo piano. A convergenza raggiunta, la conoscenza dei valori di ρ_{i_m} consente, mediante la (65), di determinare il valore della sommatoria dei momenti plastici ridotti delle colonne e delle diagonali del piano i_m . Tale somma deve essere ripartita tra i diversi elementi in maniera tale da ricavare il momento flettente relativo alla generica membratura, che, unitamente alla sollecitazione assiale, ne consente il progetto.

In particolare, come si vede osservando la struttura della (78), la determinazione dei parametri ρ_{i_m} non è immediata. Pertanto, è necessario eseguire il calcolo seguendo un preciso percorso logico:

1) calcolo di ρ_{n_s} , tenendo conto che la (78) risulta semplificata poiché la quantità $\rho_{i_m+1}^{(3)}$, per $i_m = n_s$, non ha chiaramente senso e, quindi, deve assumersi nulla:

$$\rho_{n_s} = \max \left\{ \rho_{n_s}^{(1)}, \rho_{n_s}^{(2)}, \rho_{n_s}^{(3)} \right\} \quad (80)$$

2) calcolo del valore di $\rho_{i_m}^{(3)}$ dalla (78), per $i_m = n_s - 1$ e $\rho_{i_m+1}^{(3)}$ noto dal passo precedente;

3) determinazione del valore di ρ_{n_s-1} mediante la (79);

4) applicazione dei passi 2 e 3 per $i_m = n_s - 2, \dots, 1$.

Da quanto detto risulta inoltre coerente la scelta di assumere $\rho^{(1)} = 0$, poiché in questo modo esso resta ininfluente nella ricerca del valore massimo ρ_1 .

8. COMPUTO DELLO SFORZO ASSIALE NELLE COLONNE E NELLE DIAGONALI AL COLLASSO

I parametri ρ consentono di determinare la sommatoria dei momenti plastici ridotti delle colonne e delle

diagonali per ogni piano della struttura. Il passo successivo è costituito dalla ripartizione di questa somma tra i diversi elementi e dal dimensionamento di ciascuno di essi in funzione dell'accoppiamento della suddetta sollecitazione flettente con quella assiale. A tale scopo, è necessario preliminarmente determinare gli sforzi normali al collasso.

In questa fase le sezioni delle colonne e delle diagonali non sono note. Tuttavia, le conseguenti difficoltà possono essere superate ricorrendo, per quanto riguarda l'aliquota di sforzo normale corrispondente alle azioni orizzontali, alla procedura proposta da Kasai-Han nell'ambito di una metodologia di progetto semplificata per controventi eccentrici [11]. Tale metodologia prevede la determinazione delle caratteristiche della sollecitazione interna delle membrature a mezzo di equazioni di equilibrio semplificate in cui si trascurano le sollecitazioni flettenti incognite. Per una descrizione dettagliata si rimanda al paragrafo 10.

Per quanto riguarda invece l'aliquota di sforzo normale dovuta ai carichi verticali, si assume per semplicità che sia le colonne che le diagonali assorbano l'aliquota di carico agente sulle semi-campate ad esse adiacenti.

9. ALGORITMO DI PROGETTO

Mediante il teorema cinematico del collasso plastico, sono state ricavate le condizioni di progetto da soddisfare per evitare i meccanismi indesiderati. Tali condizioni sono espresse mediante il rapporto tra la sommatoria dei momenti plastici ridotti delle colonne e delle diagonali del k -esimo piano e la medesima sommatoria calcolata in corrispondenza del primo piano, e sono in numero pari a $3n_s$. Le relazioni trovate possono allora essere utilizzate per progettare controventi eccentrici che esibiscano al collasso un meccanismo di tipo globale.

La procedura da seguire per ottenere tale obiettivo è iterativa, e si sviluppa secondo i seguenti passi:

- (a). Scelta dello spostamento di progetto (ossia del campo di spostamenti entro il quale si intende garantire che la curva di equilibrio del meccanismo globale giaccia al di sotto di quelle corrispondenti agli altri meccanismi). Tale spostamento deve essere compatibile con le risorse di duttilità locale delle zone dissipative ($\delta_d = \theta_{pu} h_{ns}$, essendo θ_{pu} la rotazione della colonna al piede corrispondente alla rotazione ultima del *link*), e può essere calcolato mediante la relazione:

$$\delta_d = \gamma_u \frac{e}{L} h_{ns} \quad (81)$$

in cui γ_u è la rotazione ultima del *link*;

- (b). Valutazione delle funzioni di piano ξ_{im} , λ_{im} , θ_{im} , γ_{im} , η_{im} e β_{im} fornite dalle (61), (62), (68), (69), (74) e (75) rispettivamente;
- (c). Valutazione dei parametri $\Delta_{im}^{(t)}$ relativi all'influenza degli effetti del secondo ordine, ed espressi dalle (63), (70) e (76);
- (d). Valutazione delle pendenze $\gamma_{im}^{(t)}$ delle curve di equilibrio dei meccanismi considerati attraverso le (50), (53) e (56);
- (e). Assunzione di un valore unitario di primo tentativo α_i del moltiplicatore cinematicamente ammissibile corrispondente al meccanismo globale ($\alpha^{(g)} = 1$). Se da esso, a ritroso dalla (46), discende un valore negativo della sommatoria dei momenti plastici ridotti delle colonne e delle diagonali al primo piano, si assume come punto di partenza delle iterazioni che tale somma sia pari al momento plastico ridotto della trave del primo piano, calcolando ancora dalla (46) il corrispondente valore del moltiplicatore $\alpha^{(g)}$; in entrambi i casi si ottiene un valore di primo tentativo del moltiplicatore di collasso che corrisponde al meccanismo globale e allo spostamento ultimo scelto ($\alpha_i = \alpha^{(g)} - \gamma^{(g)} \delta_u$);
- (f). Valutazione dei valori limite $\rho_{im}^{(1)}$, $\rho_{im}^{(2)}$ e $\rho_{im}^{(3)}$ tramite le (66), (72) e (78) rispettivamente;
- (g). Determinazione del valore ρ_{im} di progetto, tramite la (79) e la procedura descritta precedentemente;
- (h). Calcolo dei corrispondenti moltiplicatori cinematicamente ammissibili $\alpha_{im}^{(1)}$, $\alpha_{im}^{(2)}$ e $\alpha_{im}^{(3)}$ forniti rispettivamente dalle (49), (52) e (55);
- (i). Calcolo del moltiplicatore di collasso come il minimo tra tutti i moltiplicatori cinematicamente ammissibili, tenendo conto dell'influenza degli effetti del secondo ordine per lo spostamento ultimo scelto:

$$\alpha_u = \min \left\{ \alpha_{im}^{(t)} - \gamma_{im}^{(t)} \delta_u \right\} \quad i_m = 1, 2, \dots, n_s; \quad t = 1, 2, 3 \quad (82)$$

- (j). Se è verificata la condizione:

$$|\alpha_u - \alpha_i| > \text{tolleranza} \quad (83)$$

la procedura non può arrestarsi. In tale caso, si assume il valore α_u precedentemente determinato come valore di nuovo tentativo del moltiplicatore. Pertanto, si calcola il valore della sommatoria dei momenti plastici ridotti delle colonne e delle diagonali al primo piano ad esso corrispondente, e si ripete la procedura a partire dal punto (f). Nel caso contrario, il moltiplicatore può essere assunto come quello effettivo ($\alpha_c = \alpha^{(g)} - \gamma^{(g)} \delta_u$), e si può passare al dimensionamento delle sezioni delle colonne e delle diagonali in accordo con i passi seguenti;

- (k). Valutazione dello sforzo assiale nelle colonne e nelle diagonali allo stato di collasso;
- (l). Valutazione, per mezzo della (65), della somma dei momenti plastici ridotti delle colonne e delle diagonali ad ogni piano. La ripartizione di questa somma è poi eseguita in parti uguali tra gli elementi;

- (m) Definizione della sezione dell'*i*-esima colonna del *k*-esimo piano, assumendo che il punto ($N_{c,ik}$, $M_{c,ik}$) appartenga al dominio di plasticizzazione relativo, la cui frontiera può essere rappresentata, almeno per l'asse forte di un profilo a I, dalla relazione:

$$\frac{N}{Af_y/\gamma_{M0}} + 0.9 \frac{M}{Zf_y/\gamma_{M0}} = 1 \quad (84)$$

- (n) Definizione della sezione dell'*i*-esima diagonale del *k*-esimo piano, assumendo che il punto ($N_{d,ik}$, $M_{d,ik}$) appartenga al dominio espresso dalla (84), e verifica, tramite la (32), che il meccanismo di collasso del piano considerato sia a *link* plasticizzato e non impegni gli elementi esterni al *link*. Qualora tale condizione non risultasse soddisfatta sarebbe necessario incrementare la sezione della diagonale. Effettuate tali modifiche è necessario verificare che le condizioni di progetto espresse dalle (66), (72) e (78) risultino ancora verificate; in caso contrario, la procedura riprende dal punto (f) assumendo un valore della sommatoria dei momenti plastici ridotti delle colonne e delle diagonali al primo piano che rispetti le suddette relazioni.

10. PROCEDURE DI PROGETTAZIONE E DI VERIFICA ALTERNATIVE

La procedura di progettazione illustrata è stata implementata in automatico ed eseguita per il progetto di un numero di controventi sufficiente ad accertarne l'affidabilità. Inoltre, con l'obiettivo di ottenere un riscontro immediato dell'efficacia delle prestazioni, i controventi progettati sono stati messi a confronto con quelli ottenuti secondo due ulteriori approcci: il rispetto dei requisiti statici previsti dalle prescrizioni normative dell'Eurocodice 8, e la progettazione secondo la metodologia proposta da K. Kasai e X. Han.

Prescrizioni dell'Eurocodice 8

Nell'ottica del *capacity design*, i *link* vengono riconosciuti come zone dissipative dell'energia sismica in ingresso a mezzo di meccanismi di natura ciclica a flessione e/o taglio. Pertanto, le prescrizioni fornite dalla versione provvisoria dell'Eurocodice 8 [12] riguardanti i controventi eccentrici hanno come obiettivo quello di cercare di concentrare le deformazioni inelastiche nei *link*, inducendone la plasticizzazione prima che essa venga attinta dagli altri elementi. Tale obiettivo viene perseguito attraverso la verifica del rispetto delle condizioni nel seguito illustrate.

Una volta dimensionato il *link* in funzione delle caratteristiche della sollecitazione interna derivanti dalle forze sismiche di progetto, la verifica dello stesso si differenzia in funzione dell'ammontare dello sforzo normale di progetto N_{sd} cui esso è soggetto.

Se $N_{sd}/N_{Rd} \leq 0.15$, in cui N_{Rd} è la resistenza di progetto dell'elemento a compressione, l'influenza dello sforzo normale è trascurabile e la verifica del *link* dipende esclusivamente dalla sua lunghezza meccanica. In tal caso, determinate le caratteristiche plastiche della sezione (taglio plastico $V_{p,link}$ e momento plastico $M_{p,link}$) e, in base ad esse, stabilita la tipologia di comportamento plastico dell'elemento (*link* corto, intermedio o lungo), la verifica del *link* richiede che siano soddisfatte le seguenti relazioni:

nelle quali le caratteristiche di resistenza plastiche vengono amplificate tenendo conto dell'incrudimento

- per *link* corti:
$$V_{sd} \leq 1.5 V_{p,link} \quad (85)$$

- per *link* intermedi:
$$M_{sd} \leq M_{p,link} \left[1.2 + 0.3 \frac{e V_{p,link} / M_{p,link} - 1.6}{(3 - 1.6)} \right] \quad (86)$$

- per *link* lunghi:
$$M_{sd} \leq 1.5 M_{p,link} \quad (87)$$

che il *link* è in grado di sviluppare fino al collasso.

L'impiego delle (85)-(87) ai fini della verifica di resistenza del *link* sotto gli effetti delle azioni sismiche di progetto, ossia scalate in base al coefficiente di struttura, è quanto mai criticabile in quanto esso comporta implicitamente la possibilità che la struttura vada in campo plastico, seppur limitatamente ai *link*, già in condizioni di servizio. In altri termini, come per tutte le altre tipologie strutturali, la resistenza di progetto dovrebbe essere riferita allo stato limite plastico piuttosto che allo stato limite ultimo.

Se $N_{sd}/N_{Rd} \geq 0.15$, l'influenza dello sforzo normale non è trascurabile. In tal caso, le relazioni precedenti risultano ancora valide a patto però di sostituire ai valori plastici del taglio e del momento dei valori ridotti, per tener conto appunto della contemporanea presenza dello sforzo normale. Detti valori ridotti ($V_{p,link,r}$, $M_{p,link,r}$) possono essere calcolati come segue:

Inoltre l'Eurocodice 8 richiede che, nella condizione $N_{sd}/N_{Rd} > 0.15$, la lunghezza e del *link* non ecceda i

$$V_{p,link,r} = V_{p,link} \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_{Rd}} \right)^{0.5} \quad (88)$$

$$M_{p,link,r} = M_{p,link} \left(1 - \frac{N_{sd}}{N_{Rd}} \right)^{1.0} \quad (89)$$

seguenti limiti:
in cui:

• per $R < 0.3$:
$$e < 1.6 \frac{M_{p,link}}{V_{p,link}} \quad (90)$$

• per $R \geq 0.3$:
$$e < (1.15 - 0.5 R) 1.6 \frac{M_{p,link}}{V_{p,link}} \quad (91)$$

$$R = \frac{t_f (d - t_f) N_{Sd}}{A V_{Sd}} \quad (92)$$

dove t_f è lo spessore delle flange, d e A l'altezza e l'area, rispettivamente, della sezione e V_{Sd} la sollecitazione di taglio di progetto.

Gli elementi esterni al *link* devono essere verificati in compressione rispetto alla combinazione più sfavorevole di sforzo assiale e momento flettente, in accordo con la seguente relazione:

$$N_{Rd} (M_{Sd}, V_{Sd}) \geq 1.2 (N_{Sd,G} + \Omega N_{Sd,E}) \quad (93)$$

dove:

- $N_{Rd} (M_{Sd}, V_{Sd})$ è lo sforzo assiale resistente della colonna o della diagonale ridotto per tener conto degli effetti della interazione con il taglio V_{Sd} ed il momento M_{Sd} nella condizione di progetto;
- $N_{Sd,G}$ è lo sforzo normale dovuto ai carichi verticali;
- $N_{Sd,E}$ è lo sforzo normale dovuto alle forze sismiche;
- Ω è il coefficiente di sovraresistenza pari al valore minimo delle sovraresistenze dei *link* Ω_i , valutate per i diversi piani:

• per *link* corti:
$$\Omega_i = \frac{V_{p,link,i}}{V_{Sd,i}} \quad (94)$$

• per *link* intermedi e lunghi:
$$\Omega_i = \frac{M_{p,link,i}}{M_{Sd,i}} \quad (95)$$

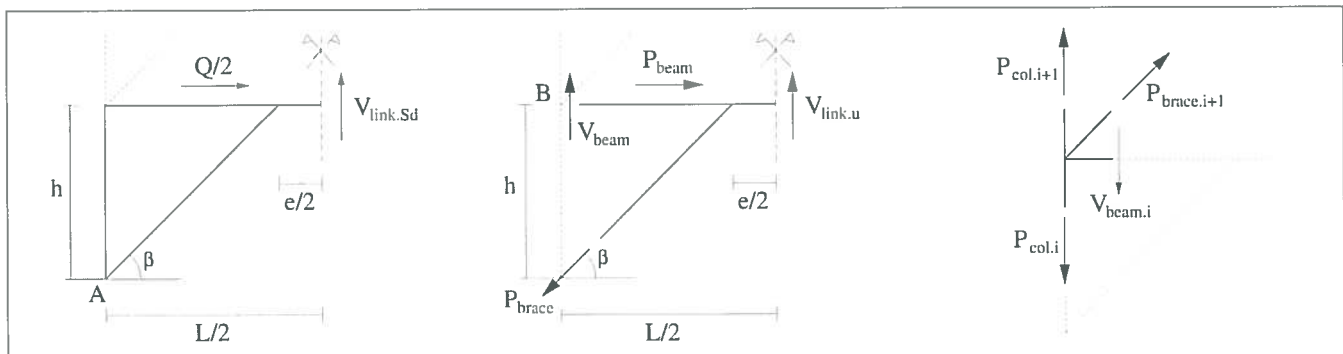
È utile sottolineare che le suddette indicazioni fanno riferimento ad una struttura già dimensionata per la quale è necessario che siano verificate la resistenza e la stabilità delle membrature. In altri termini, si tratta di un controllo a posteriori di requisiti strutturali ritenuti indispensabili ai fini della capacità dissipativa della struttura supposta nella definizione del corrispondente coefficiente di struttura.

Procedura di progettazione di Kasai-Han

Anche la procedura di progettazione di K. Kasai e X. Han [11] si inquadra nell'ottica del *capacity design*: i *link* sono dimensionati in funzione delle caratteristiche della sollecitazione interna derivanti dalle forze sismiche di progetto, mentre le altre membrature in funzione delle massime sollecitazioni che i *link*, al limite dello stato di incrudimento, trasmettono. In particolare, i *link* vengono dimensionati a partire dal tagliante sismico al piano considerato. Il taglio dell'elemento viene calcolato mediante l'equazione di equilibrio alla rotazione attorno al punto A di Figura 8a, in considerazione del fatto che il punto di nullo del momento nel *link* è in mezzeria per carichi orizzontali e che i momenti flettenti si assumono trascurabili nel nodo colonna-diagonale:

$$V_{link\ Sd\ i} = \frac{Q_i h_i}{L} \quad (96)$$

Figura 8:
Equilibri
semplificati di
Kasai-Han



Nei casi in cui l'interazione taglio-momento è trascurabile (*link* corto o lungo), definito il valore limite plastico della sollecitazione di taglio nel *link* nella forma:

$$V_{link\ p\ i} = \min \left\{ V_{p,i}; \frac{2M_{p,i}}{e_i} \right\} \quad (97)$$

la verifica del *link* consiste nel soddisfare la relazione:

$$\alpha_i = \frac{V_{link\ p\ i}}{V_{link\ Sd\ i}} \geq \frac{1}{\phi} \quad (98)$$

in cui α_i è il fattore di sovrarresistenza relativo al piano i -esimo, mentre $\phi = 0.9$ è il fattore di resistenza, interpretabile come l'inverso del coefficiente parziale di sicurezza ($\gamma_{M0} = 1.1$) introdotto dall'Eurocodice. Inoltre, al fine di garantire una distribuzione di deformazioni plastiche uniforme lungo l'altezza e favorire così la plasticizzazione contemporanea di tutti i *link*, condizione questa ideale per l'accrescimento della duttilità globale disponibile, gli Autori suggeriscono di utilizzare valori di α sufficientemente prossimi tra loro ai diversi livelli.

Il taglio resistente ricavato dalla (97) è quello plastico in quanto nella progettazione delle zone dissipative non si deve fare ricorso alla sovrarresistenza del materiale dovuta all'incrudimento. Al contrario, la progettazione delle zone non dissipative deve essere condotta sulla base delle massime sollecitazioni che le zone dissipative plasticizzate ed incrudite sono in grado di trasmettere. Pertanto, nella progettazione delle diagonali e delle colonne, bisogna tener conto delle condizioni di resistenza ultime del *link*, da valutare secondo un'amplificazione della tensione di snervamento del 50% [1].

Sulla base di queste considerazioni, a partire dal taglio ultimo, ossia al limite dello stato di incrudimento, dall'equazione di equilibrio alla rotazione intorno al punto B di Figura 8b, trascurando il momento flettente nei nodi, si ottiene lo sforzo normale nella diagonale:

$$P_{brace\ i} = \frac{V_{link\ u\ i} L}{2h_i \cos\beta_i} \tag{99}$$

mentre dalle equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale si ottengono lo sforzo normale e il taglio nella trave:

$$P_{beam\ i} = P_{brace\ i} \cos\beta_i \tag{100}$$

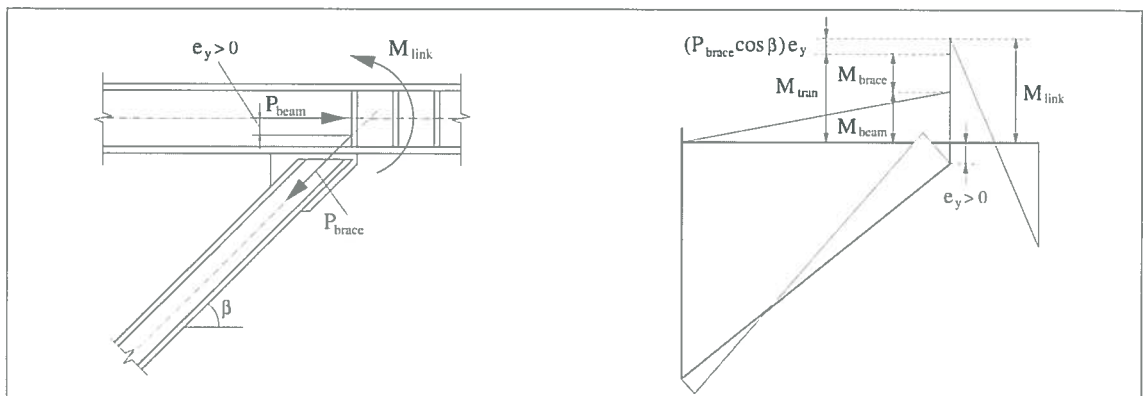
$$V_{beam\ i} = P_{brace\ i} \sin\beta_i - V_{link\ u\ i} \tag{101}$$

Per quanto riguarda invece le sollecitazioni flettenti all'estremità della trave esterna al *link* e all'estremità della diagonale, esse vengono determinate a partire dal momento ultimo $M_{link\ u}$ che si attinge alle estremità del *link*. Dalla Figura 9, nella quale si sofferma l'attenzione sull'effetto dell'eccentricità verticale tra le linee d'asse di trave e diagonale, si evince che il momento trasferito dal *link* in condizioni ultime al nodo trave-diagonale, nodo in cui questo momento deve essere poi opportunamente ripartito, è pari a:

$$M_{tran\ i} = M_{link\ u\ i} - P_{brace\ i} e_{y\ i} \cos\beta_i \tag{102}$$

Eccentricità positive, ossia come in Figura 9, hanno effetti benefici perché riducono il valore del momento trasferito; il contrario accade per eccentricità negative.

Figura 9: Effetto dell'eccentricità delle linee d'asse trave-diagonale



Assumendo che la diagonale sia in condizioni elastiche, e introducendo il parametro:

$$k_i = \frac{I_{beam\ i}}{I_{brace\ i}} \tag{103}$$

il momento assorbito dalla trave risulta (Figura 10):

- al piano generico:
$$M_{beam\ i} = \min \left\{ \frac{3k_i}{4\cos\beta_i + 3k_i} M_{tran\ i}, M_{p,beam\ i}^{red} \right\} \tag{104}$$

- al primo piano:
$$M_{beam\ i} = \min \left\{ \frac{3k_i}{4\cos\beta_i + 3k_i} M_{tran\ i} - \frac{6k_i E (I_{brace\ i} / L_{brace\ i})}{4\cos\beta_i + 3k_i} \theta, M_{p,beam\ i}^{red} \right\} \tag{105}$$

dove θ è la rotazione della colonna alla base che gli Autori propongono di assumere pari a 0.015 rad, ed $M_{p,beam\ i}^{red}$ costituisce il momento plastico della trave ridotto per la contemporanea presenza dello sforzo normale. Infine, per l'equilibrio alla rotazione del nodo trave-diagonale, il momento nella diagonale vale:

$$M_{brace\ i} = M_{tran\ i} - M_{beam\ i} \tag{106}$$

È opportuno notare che la procedura di progetto esposta è iterativa, in quanto nella determinazione delle sollecitazioni di progetto della diagonale interviene il parametro k che risulta incognito. Inoltre, si assume

che la trave e il *link* siano costituiti da un unico elemento, evitando così complicazioni nei dettagli costruttivi. In quest'ottica le sollecitazioni di flessione e sforzo normale relative al tratto di trave esterno al *link* sono necessarie solo per la verifica e non per il progetto.

Per quanto concerne le colonne, infine, Kasai e Han assumono trascurabile il momento flettente il cui effetto è tenuto forfaitariamente in conto mediante un fattore riduttivo del valore resistente dello sforzo normale. In particolare, da analisi sperimentali, tale fattore viene assunto pari a 0.85 e, pertanto, il progetto delle colonne viene eseguito sulla base della seguente relazione:

$$P_{col\ i} \leq 0.85 \phi_c P_{n\ col} \quad (107)$$

in cui:

- $P_{col\ TOR}$ è lo sforzo normale complessivo nelle colonne, cioè quello dovuto alla combinazione di carichi verticali e orizzontali;
- $\phi_c = 0.85$ è il fattore di resistenza;
- $P_{n\ col}$ è la resistenza nominale della colonna all'instabilità.

La (107), come detto, può essere considerata una condizione di progetto. Nota infatti la sollecitazione $P_{col\ TOR}$ a ritroso può calcolarsi $P_{n\ col}$ e così dimensionare l'elemento. Per quanto concerne lo sforzo normale da carichi orizzontali, esso può essere ricavato dall'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del nodo trave-colonna-diagonale (Figura 8c):

$$P_{col\ i} = P_{col\ i+1} + P_{brace\ i+1} \sin\beta_i - V_{beam\ i} \quad (108)$$

11. APPLICAZIONI

I controventi progettati si differenziano per il numero di piani (da 2 a 12), mentre presentano caratteristiche geometriche e di carico comuni:

- lunghezza della campata $L = 6$ m;
- lunghezza del *link* $e = 0.7$ m;
- altezza di interpiano $h = 3$ m;
- carichi verticali permanenti $g = 300$ kg/m²;
- carichi verticali accidentali $q = 200$ kg/m²;
- materiale strutturale: acciaio Fe 430 ($f_y = 2750$ kg/cm²).

La configurazione strutturale dell'edificio a cui si fa riferimento per la determinazione delle forze sismiche di progetto è descritta in Figura 11. Lo schema strutturale prevede orditure delle travi secondarie e del solaio tali da evitare che le membrature orizzontali del controvento collaborino in modo significativo al sostegno dei carichi verticali.

La distribuzione delle forze orizzontali è determinata secondo le indicazioni dell'Eurocodice 8, assumendo accelerazione di picco al suolo pari a 0.35 g, coefficiente di risposta pari a 2.5, e un coefficiente di struttura $q = 6$ [12]. Infine, si assume una distribuzione di forze orizzontali triangolare, in accordo con il primo modo proprio di vibrazione.

Allo scopo di ottenere risultati tra loro comparabili per le tre procedure, sia in termini di prestazioni che di peso, la progettazione viene eseguita a partire dalle stesse sezioni delle membrature orizzontali. Preventivamente è utile tener presente che scegliere *link* di lunghezza meccanica analoga lungo l'altezza del controvento è conveniente per conferire una migliore omogeneità di comportamento in fase post-elastica. In particolare, la scelta di *link* corti è la più idonea al fine di contenere gli spostamenti laterali della struttura. Inoltre, sebbene nel dimensionamento delle membrature orizzontali generalmente risulta conveniente ricorrere a profili di tipo IPE, nel caso dei *link* dei controventi eccentrici sembra più opportuno ricorrere a profili tipo HEB. Questo alla luce della considerazione che gli elementi di trave esterni al *link* sono caratterizzati da sforzi normali rilevanti e del fatto che il *link* è nella maggior parte dei casi soggetto a sforzi di taglio ingenti, cosicché per esso è necessario un profilo caratterizzato da adeguato spessore d'anima.

In particolare, il progetto del *link* viene eseguito a partire dal taglio sollecitante ricavato secondo la (96), mentre le diagonali e le colonne vengono poi progettate secondo le indicazioni specifiche illustrate per ciascuna procedura.

I controventi progettati sono stati sottoposti ad analisi *push-over* statica per mezzo del programma

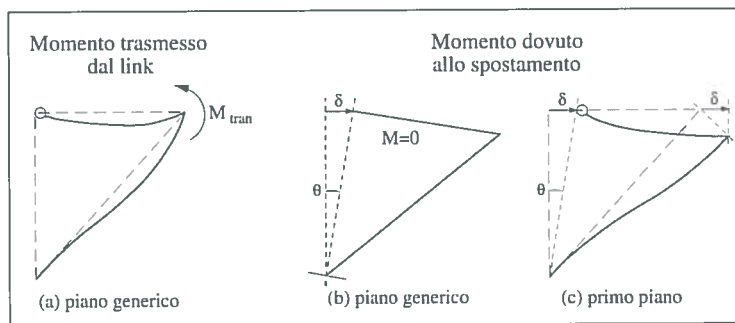


Figura 10: Momenti flettenti di trave e diagonale

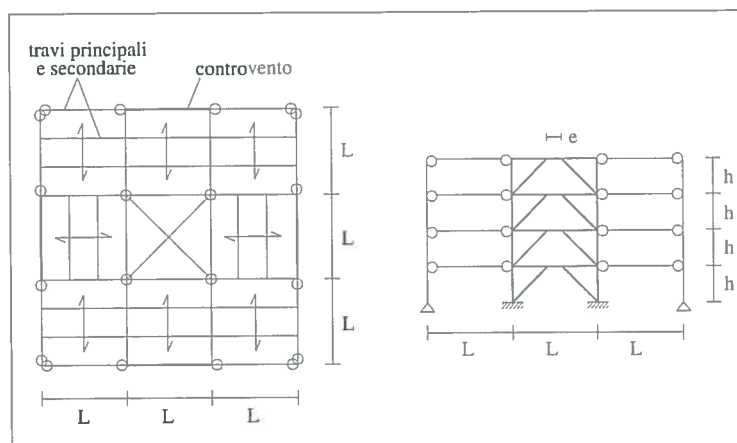


Figura 11: Schema strutturale generale e schema statico del controvento

SAP 2000, che permette di ricavare l'effettivo comportamento del sistema in fase post-elastica [13]. Inoltre, per ogni *step* dell'analisi al passo, sono state eseguite le verifiche di stabilità fuori piano degli elementi compressi (le verifiche di stabilità nel piano non sono necessarie dal momento che gli effetti del secondo ordine, responsabili del ramo discendente della curva carico-spostamento, sono direttamente tenuti in conto dall'analisi effettuata, che è non lineare completa comprendendo sia la non linearità geometrica che la non linearità meccanica).

Nel seguito vengono riportati solo i risultati relativi ai controventi a 2, 3 e 12 piani; negli altri casi i risultati sono analoghi [14]. Per ciascun controvento sono indicati:

- lo spostamento di progetto δ_d , calcolato dalla seguente relazione:

$$\delta_d = \theta h_{n_s} = \gamma_u \frac{e}{L} h_{n_s} \quad (109)$$

in cui γ_u è la rotazione ultima del *link*, pari, per carico ciclico, a ± 0.09 radianti per *link* corti, ± 0.02 per *link* lunghi, e ad un'interpolazione lineare tra i suddetti valori per *link* intermedi [15](Tabella 1);

- la distribuzione di forze orizzontali di progetto (Tabella 2);
- i profili delle membrature risultanti dal progetto (Tabella 3, Tabella 4 e Tabella 5);
- il peso complessivo del controvento, con l'indicazione dell'incremento percentuale in peso della soluzione strutturale ottenuta dalla procedura presentata (Tabella 6);
- le curve moltiplicatore delle forze orizzontali-spostamento in sommità $\alpha-\delta$ sovrapposte (Figura 12);
- lo spostamento al quale corrisponde il raggiungimento della rotazione ultima ($\gamma = 0.09$ rad) nel *link* più impegnato (Figura 12);

Tabella 1:
Spostamenti di progetto

	Numero di piani		
	2	3	12
δ_d [cm]	6.30	9.45	37.80

- la distribuzione delle cerniere plastiche in corrispondenza dello spostamento di progetto (Figura 13 e Figura 14);
- la distribuzione delle cerniere plastiche per spostamenti maggiori di quello di progetto (Figura 13 e Figura 14).

Tabella 2: Forze sismiche di progetto

F [kg]	EBF	Piano												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	5670	11340												
3	4253	8505	12758											
12	1308	2617	3925	5234	6542	7851	9159	10468	11776	13085	14393	15702		

Tabella 3:
Controvento a 2 piani

piano	travi/link	EC8		KASAI-HAN		PROPOSTA	
		diagonali	colonne	diagonali	colonne	diagonali	colonne
1	HEB 140	HEB 120	HEB 100	HEB 180	HEB 100	HEB 220	HEB 220
2	HEB 140	HEB 100	HEB 100	HEB 180	HEB 100	HEB 180	HEB 100

Tabella 4:
Controvento a 3 piani

piano	travi/link	EC8		KASAI-HAN		PROPOSTA	
		diagonali	colonne	diagonali	colonne	diagonali	colonne
1	HEB 140	HEB 140	HEB 100	HEB 180	HEB 140	HEB 200	HEB 200
2	HEB 140	HEB 120	HEB 100	HEB 180	HEB 100	HEB 200	HEB 200
3	HEB 140	HEB 100	HEB 100	HEB 180	HEB 100	HEB 180	HEB 180

Tabella 5:
Controvento a 12 piani

piano	travi/link	EC8		KASAI-HAN		PROPOSTA	
		diagonali	colonne	diagonali	colonne	diagonali	colonne
1	HEB 340	HEB 180	HEB 500	HEB 240	HEB 900	HEB 320	HEB 900
2	HEB 340	HEB 180	HEB 340	HEB 240	HEB 700	HEB 320	HEB 700
3	HEB 320	HEB 180	HEB 300	HEB 240	HEB 600	HEB 300	HEB 650
4	HEB 320	HEB 180	HEB 280	HEB 240	HEB 450	HEB 300	HEB 500
5	HEB 300	HEB 180	HEB 240	HEB 220	HEB 360	HEB 300	HEB 450
6	HEB 300	HEB 180	HEB 200	HEB 220	HEB 300	HEB 260	HEB 320
7	HEB 280	HEB 160	HEB 180	HEB 220	HEB 260	HEB 260	HEB 300
8	HEB 260	HEB 160	HEB 160	HEB 220	HEB 220	HEB 240	HEB 240
9	HEB 220	HEB 160	HEB 140	HEB 200	HEB 180	HEB 240	HEB 240
10	HEB 200	HEB 140	HEB 120	HEB 200	HEB 140	HEB 200	HEB 200
11	HEB 160	HEB 140	HEB 100	HEB 180	HEB 100	HEB 200	HEB 180
12	HEB 140	HEB 120	HEB 100	HEB 180	HEB 100	HEB 180	HEB 160

12. ANALISI COMPARATIVA DEI RISULTATI

I risultati ottenuti dalle analisi conducono alle seguenti conclusioni per quanto riguarda le prestazioni strutturali dei controventi progettati.

Le indicazioni fornite dall'Eurocodice 8 conducono, almeno per controventi non molto alti, a strutture sostanzialmente leggere e dunque economiche, ma che sono in grado di sviluppare solo in minima

piani	EC8		KASAI-HAN		PROPOSTA
	W [t]	%	W [t]	%	W [t]
2	0.87	107	1.47	32	1.94
3	1.38	120	2.29	33	3.04
12	14.34	82	22.50	16	26.10

Tabella 6:
Confronti in peso

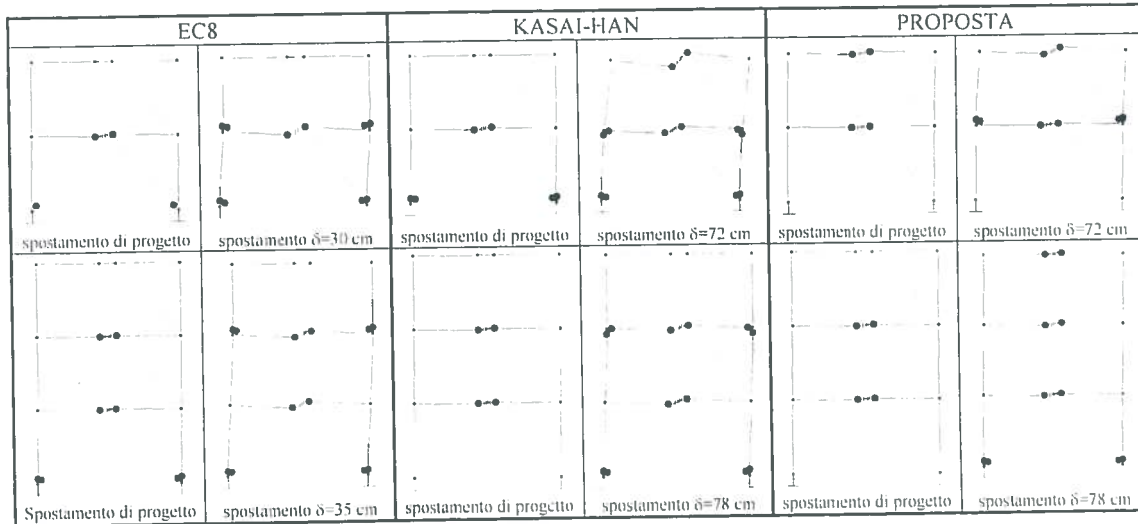


Figura 12: Curve di comportamento per gli schemi esaminati

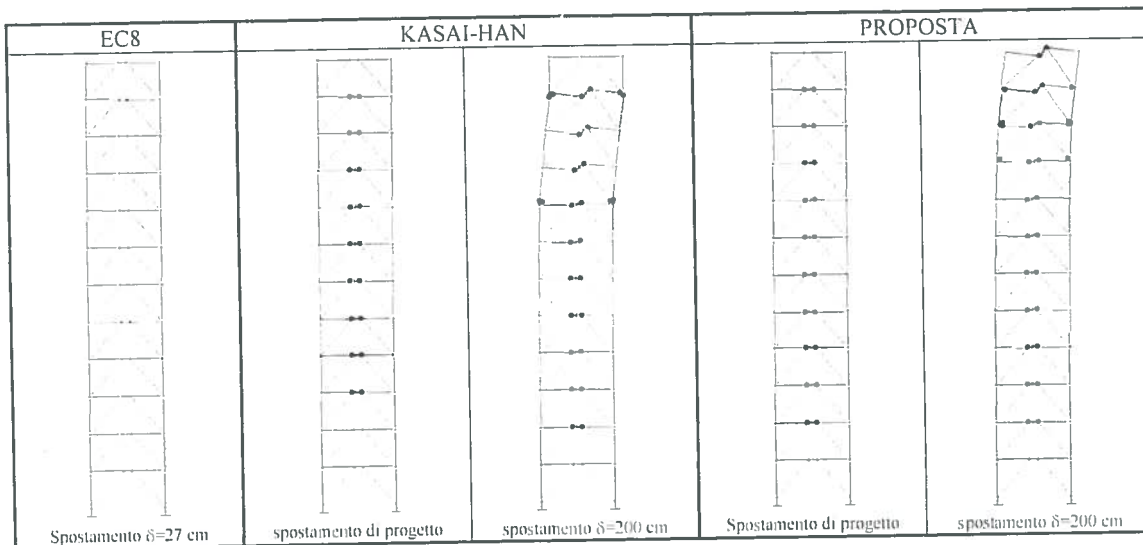


Figura 14: Controvento a 12 piani: distribuzione delle cerniere plastiche.

parte le proprie risorse di resistenza in campo plastico. Questo si evince dalle curve di comportamento carico-spostamento che, risultando in tutti i casi al di sotto di quelle relative alle altre procedure di progettazione, sono responsabili di un assorbimento di energia più contenuto. Per numero di piani crescente, poi, le analisi evidenziano problemi legati alla stabilità delle colonne. Questo è dovuto al fatto che le prescrizioni dell'Eurocodice 8 non tengono conto dell'incremento dello sforzo normale nelle membrature dovuto all'amplificazione delle forze orizzontali fino al collasso.

Il metodo di Kasai-Han fornisce buoni risultati, anche alla luce della semplicità computazionale del procedimento di calcolo. L'ampiezza raggiunta dalle curve di comportamento è soddisfacente e tale da garantire una buona dissipazione di energia. I telai sono più pesanti rispetto al caso precedente, ma questo implica anche che essi non sono affetti da problemi di instabilità, ed evolvono in campo plastico coinvolgendo, in quasi tutti i casi, tutti i *link* ad eccezione di quello all'ultimo livello. Tuttavia, al crescere delle forze orizzontali la concentrazione di deformazioni inelastiche va via via coinvolgendo anche membrature diverse dai *link*, principalmente travi e diagonali, dando vita a configurazioni miste che evolvono palesemente verso meccanismi parziali.

I controventi progettati a meccanismo di collasso controllato secondo la metodologia proposta forniscono, infine, i risultati migliori. Infatti, tali telai sono caratterizzati da una maggiore resistenza alle azioni orizzontali e da una migliore capacità dissipativa, essendo la curva α - δ sempre più alta rispetto agli altri casi.

Inoltre, in tutti gli schemi esaminati, per spostamento pari a quello di progetto si raggiunge la plasticizzazione di quasi tutti i *link*, mentre per spostamenti maggiori vengono coinvolti tutti i *link*, raggiungendo una configurazione che differisce da quella globale solo in virtù della sovrarigidità offerta dalle colonne e dalle diagonali al piede, che evita il completo sviluppo del meccanismo di collasso. In ogni caso, vengono scongiurati meccanismi parziali anche per spostamenti superiori a quello di progetto. Solo nel caso del controvento a 12 piani non si raggiunge la piena plasticizzazione del *link* al primo livello. Tuttavia, si può verificare che il taglio in esso è molto vicino al valore ultimo, e dunque che la plasticizzazione è prossima. Mettendo in secondo piano, a causa delle prestazioni significativamente inferiori, la progettazione conforme alle disposizioni dell'Eurocodice 8, sulla base dei precedenti risultati è possibile effettuare un confronto diretto tra il metodo di Kasai-Han e quello proposto dagli scriventi. È preliminarmente interessante notare che le differenze di comportamento a cui in seguito si accenna sono via via più sensibili al decrescere del numero di piani, mentre si attenuano per controventi via via di altezza maggiore.

È interessante osservare i risultati in termini di spostamento raggiunto alla rotazione ultima del *link* più penalizzato (Figura 12). In tutti i casi, infatti, il suddetto spostamento è maggiore nei controventi progettati con il metodo proposto dagli scriventi. In altri termini, a parità di spostamento, i controventi di Kasai-Han sono caratterizzati da una rotazione plastica maggiore del *link*, e dunque da riserve di duttilità locale più piccole. Le migliori prestazioni inelastiche ottenute mediante la metodologia di progettazione proposta si verificano, però, a prezzo di controventi più pesanti e di un onere computazionale maggiore. È utile però sottolineare che le differenze percentuali in peso indicate in Tabella 6 fanno riferimento al solo controvento, che di per sé è una parte minima dell'intero sistema strutturale, e che esse sono destinate a decrescere drasticamente una volta che si considerino anche le rimanenti membrature portanti, sia verticali che orizzontali. Inoltre, se si tiene conto che le opere complementari costituiscono un'aliquota rilevante in termini economici, si comprende come l'incremento di costo del controvento si traduca in un incremento percentuale molto modesto del costo dell'intero edificio. Per quanto riguarda poi l'onere computazionale del metodo di calcolo, esso è sicuramente un fattore di secondo piano se si tiene conto che l'implementazione in automatico dell'algoritmo di progetto ne consente l'esecuzione in tempi ridottissimi che non intralciano la progettazione nel suo complesso.

13. CONCLUSIONI

Lo studio condotto si prefigge un duplice obiettivo:

- indicare un procedimento di calcolo che consenta di individuare, in modo rigoroso e univoco, le sollecitazioni e le deformazioni plastiche che competono ai *link* intermedi dei controventi eccentrici in condizioni ultime;
- presentare una procedura di progettazione in controllo del meccanismo di collasso per controventi eccentrici.

Il primo risultato è particolarmente interessante se si pensa che la letteratura classica concernente i controventi eccentrici non si sofferma in modo esaustivo su questo aspetto, limitandosi a formulare leggi analitiche che possano rappresentare in modo corretto il dominio di plasticizzazione in presenza di interazione taglio-momento.

Il momento equivalente introdotto costituisce, proprio ai fini dell'applicazione del calcolo a rottura, un utilissimo strumento poiché consente: di formulare il lavoro interno di un *link* di lunghezza meccanica qualsiasi in modo formalmente identico al caso di cerniere plastiche per flessione pura; di ricavare facilmente i requisiti di progetto da soddisfare per evitare la plasticizzazione della parte di trave esterna al *link* e delle diagonali, ossia lo sviluppo di meccanismi di collasso poco dissipativi. Questo ultimo risultato, in particolare, è molto importante nell'ottica della progettazione delle strutture sismo-resistenti, in quanto in linea con i principi della filosofia di progettazione del *capacity design*.

Per quanto riguarda la procedura di progettazione proposta, essa si pone come obiettivo il dimensionamento di controventi eccentrici che esibiscano, al collasso, un meccanismo di tipo globale. Questo risultato riveste una grande importanza nella progettazione sismica, perché meccanismi di collasso di tipo parziale sono responsabili di un peggioramento della capacità di dissipazione dell'energia sismica e, pertanto, danno luogo ad un maggiore rischio di collasso in occasione di eventi sismici distruttivi.

I risultati delle analisi effettuate consentono di accertare l'efficacia della procedura di progettazione, anche in confronto alle disposizioni normative dell'Eurocodice 8 e ad una procedura proposta da K. Kasai e X. Han, che si rivela comunque una metodologia di progettazione semplice da un punto di vista computazionale ed efficiente da un punto di vista di comportamento post-elastico.

Infine, vale la pena sottolineare due ulteriori aspetti:

- il metodo di Kasai-Han è di carattere essenzialmente empirico; al contrario la procedura proposta trova un presupposto teorico esatto nei teoremi dell'analisi limite e consente di tenere in debito conto anche gli effetti del secondo ordine;
- la procedura proposta rappresenta la naturale estensione ai controventi eccentrici di una procedura già proposta ed applicata con successo nel caso dei telai sismo-resistenti [10]. Pertanto, essa costituisce un criterio di progetto generale che, in modo formalmente analogo, consente il progetto a meccanismo globale di tipologie strutturali completamente diverse. L'estensione al sistema misto telai-controventi eccentrici è infatti di facile ottenimento a partire dalle considerazioni messe a punto per entrambe le tipologie. Questo ultimo obiettivo, al contrario, non può essere ottenuto attraverso il metodo di Kasai-Han, valido esclusivamente per la tipologia di controvento eccentrico esaminata.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Engelhardt M. D. and Popov E. P. (1989). Behavior of Long Links in Eccentrically Braced Frames. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley. Report No. UCB/EERC - 89/01, 151-158, January.
- [2] Hjelmstad K. D. and Popov E. P. (1984). Characteristics of Eccentrically Braced Frames. Journal of Structural Engineering. ASCE, September.
- [3] Kasai K. and Popov E. P. (1986). General Behavior of WF Steel Shear Link Beams. Journal of Structural Engineering. ASCE, February.
- [4] Manheim D. N. and Popov E. P. (1983). Plastic Shear Hinges in Steel Frames. Journal of Structural Engineering. ASCE, October.
- [5] Roeder C. W. and Popov E. P. (1989). Inelastic Behavior of Eccentrically Braced Steel Frames Under Cyclic Loading. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley. Report No. UCB/EERC - 77/18, January.
- [6] Malley J. O. and Popov E. P. (1984). Shear Links in Eccentrically Braced Frames. Journal of Structural Engineering. ASCE, September.
- [7] Neal B. G. (1961). Effect of Shear Force on the Fully Plastic Moment of an I-Beam. Journal of Mechanics and Engineering Science 3:3, 258.
- [8] Mastrandrea L., Montuori R. and Piluso V. (2001). Il calcolo a rottura in presenza di interazione taglio-momento: i controventi eccentrici. XVIII Congresso C.T.A., Italian Conference on Steel Construction, Venezia, 26-28 Settembre.
- [9] Mazzolani F. M. and Piluso V. (1996). Theory and Design of Seismic Resistant Steel Frames, an Imprint of Chapman & Hall.
- [10] Mazzolani F. M. and Piluso V. (1997). Plastic Design of Seismic Resistant Steel Frames. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 26, 167-191.
- [11] Kasai K. and Han X. (1997). New EBF Design Method and Applications: Redesign and Analysis of U.S.-Japan EBF. STESSA 97: 2nd International Conference on Behavior of Steel Structures in Seismic Areas, Kyoto, Japan, 3-8 August.
- [12] CEN (2000). PrEN 1998-1 - Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance. Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings. Comité Européen de Normalisation, May.
- [13] CSI (1998). SAP 2000: Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures. Analysis Reference. Computers and Structures, Inc., University of California, Berkeley.
- [14] Mastrandrea L. (2000). Progettazione a Collasso Controllato di Controventi Eccentrici. Tesi di Laurea, Relatore Prof. Piluso V., Università degli Studi di Salerno, novembre.
- [15] Kasai K. and Popov E. P. (1986). Cyclic Web Buckling Control for Shear Link Beams. Journal of Structural Engineering. ASCE, March.